BAB II

KAJIAN PUSTAKA

A. Diskripsi Teori

1. Hakikat Matematika

   a. Pengertian Matematika

Istilah matematika berasal dari kata Yunani "*mathein*" atau "*manthenein*" yang artinya "mempelajari". Mungkin juga kata tersebut erat hubungannya dengan kata sansekerta "*medha*" atau "*widya*" yang artinya "kepandaian", "ketahuan", "intelegensi".[20] Dalam Kamus Besar bahasa Indonesia, matematika diartikan sebagai "Ilmu tentang bilangan, hubungan antara bilangan, dan prosedur bilangan operasional yang digunakan dalam penyelesaian masalah mengenai bilangan".[21]

Beberapa definisi atau pengertian tentang matematika oleh beberapa pakar, yaitu: (1) Matematika adalah cabang ilmu pengetahuan eksak dan terorganisir secara sistematik; (2) Matematika adalah pengetahuan tentang bilangan dan kalkulasi; (3) Matematika adalah pengetahuan tentang penalaran logik dan berhubungan dengan bilangan; (4) Matematika adalah pengetahuan tentang fakta-fakta kuantitatif dan

[20] Moch. Masykur dan Abdul Halim Fatani, *Mathematical Intelligence : Hakikat Pembelajaran Matematika*, (Jogjakarta : Ar-Ruzz Media, 2008), hlm.42

[21] Tim Penyusun KBBI, *Kamus Besar Bahasa Indonesia (edisi Ketiga)*, (Jakarta : Balai Pustaka,2007), hlm.723

masalah tentang ruang dan bentuk; (5) Matematika adalah pengetahuan tentang struktur yang logik; (6) Matematika adalah pengetahuan tentang aturan-aturan yang ketat.[22] Dengan belajar matematika, maka siswa akan memiliki pola pikir yang lebih logis sehingga akan bermanfaat dalam menyelesaikan masalah dalam kehidupannya.[23]

Berdasarkan banyaknya pendapat definisi matematika yang dijabarkan diatas, peneliti mengambil kesimpulan bahwa matematika adalah pengetahuan tentang bilangan dan logika yang tersusun secara sistematis. Matematika merupakan induk dari segala ilmu pengetahuan, kemampuan matematika dibutuhkan untuk mememahami ilmu lain. Matematika juga dapat diterapkan dalam kehidupan sehari-hari, baik itu matematika sederhana ataupun yang kompleks sekalipun.

b. Pembelajaran Matematika

Pembelajaran adalah suatu proses yang dilakukan oleh individu untuk memperoleh suatu perubahan perilaku yang baru secara keseluruhan, sebagai hasil dari pengalaman individu itu sendiri dalam interaksi dengan lingkungannya. [24] Melalui pembelajaran seseorang akan berkembang karena memperoleh pengalaman dan pengetahuan baru. Agar siswa dapat melaksanakan pembelajaran dengan baik, guru harus

---

[22] R. Soedjadi, *Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia; Konstatasi Keadaan Masa Kini Menuju Harapan Masa Depan*, (Jakarta : Direktorat Jendral Pendidikan Tinggi Departemen Pendidikan Nasional 1999/2000), hlm. 11

[23] Purwosusilo, ”Peningkatan Kemampuan Pemahaman Dan Pemecahan Masalah Matematik Siswa SMK Melalui Strategi Pembelajaran React (Studi Eksperimen Di SMK Negeri 52 Jakarta)” , *Jurnal Pendidikan dan Keguruan*, 1:2, 2014, hlm.31

[24] Mohammad Ali, *Ilmu dan Aplikasi Pendidikan*.., hlm.137

bisa menciptakan atau melaksanakan proses pembelajaran berdasarkan acuan yang tepat.

Menurut *Cobb*, pembelajaran matematika sebagai proses pembelajaran yang melibatkan siswa secara aktif mengkonstruksi pengetahuan matematika.[25] Melalui pembelajaran matematika siswa diberi pengalaman menggunakan matematika sebagai pengetahuan baru.

The National Council of Teachers of Mathematics (*NCTM*) mencetuskan lima standar proses dari prinsip-prinsip dan standar matematika sekolah yang dapat dijadikan sebagai acuan pembelajaran matematika disekolah, sebagai berikut :

Tabel 2.1 Lima Standar Proses dari Prinsip-Prinsip dan Standar Matematika Sekolah menurut *NCTM.* [26]

***The Five Process Standards from Principles and Standards for School Mathematics.* (Lima Standar Proses dari Prinsip-Prinsip dan Standar Matematika Sekolah).**	
Problem Solving Standart *Instructional programs from prekindergarten through grade 12 should enable all students to—* **Standar Pemecahan Masalah** Program pengajaran dari PraTK sampai kelas 12 harus memungkinkan semua siswa untuk …	• *Build new mathematical knowledge through problem solving* • *Solve problems that arise in mathematics and in other contexts* • *Apply and adapt a variety of appropriate strategies to solve problems* • *Monitor and reflect on the process of mathematical problem solving* • Membangun pengetahuan matematis baru melalui pemecahan soal • Menyelesaikan soal yang muncul dalam matematika dan dalam bidang lain. • Menerapkan dan menyesuaikan berbagai macam strategi yang cocok untuk memecahkan soal • Mengamati dan mengembangkan proses pemecahan soal matematika.

[25] Erman suherman, *Evaluasi Pembelajaran* Matematika, (Bandung : JICA UPI, 2003), hlm.71

[26] The National Council of Teachers of Mathematics, *Principles and Standards for School Mathematics*, (Reston,VA : NCTM, 2000), hlm.102

Reasoning and Proof Standart *Instructional programs from prekindergarten through grade 12 should enable all students to—* **Standar Penalaran** Program pengajaran dari PraTK sampai kelas 12 harus memungkinkan semua siswa untuk …	• *Recognize reasoning and proof as fundamental aspects of mathematics* • *Make and investigate mathematical conjectures* • *Develop and evaluate mathematical arguments and proofs* • *Select and use various types of reasoning and methods of proof* • Mengenal pemahaman dan bukti sebagai aspek yang mendasar dalam matematika • Membuat dan menyelidiki dugaan dugaan matematis • Mengembangkan dan mengevaluasi argument dan bukti matematis • Memilih dan menggunakan berbagai macam pemahaman dan metode pembuktian.
Communication Standart *Instructional programs from prekindergarten through grade 12 should enable all students to—* **Standar Komunikasi** Program pengajaran dari PraTK sampai kelas 12 harus memungkinkan semua siswa untuk …	• *Organize and consolidate their mathematical thinking through communication* • *Communicate their mathematical thinking coherently and clearly to peers,teachers, and others* • *Analyze and evaluate the mathematical thinking and strategies of others* • *Use the language of mathematics to express mathematical ideas precisely* • Mengatur dan menggabungkan pemikiran matematis mereka melalui komunikasi • Mengkomunikasikan pemikiran matematika mereka secara koheren dan jelas kepada teman, guru, dan orang lain. • Menganalisa dan menilai pemikiran dan strategi matematis orang lain • Menggunakan bhasa matematika untuk menyatakan ide matematika dengan tepat
Connection Standart *Instructional programs from prekindergarten through grade 12 should enable all students to—* **Standar Koneksi** Program pengajaran dari PraTK sampai kelas 12 harus memungkinkan semua siswa untuk …	• *Recognize and use connections among mathematical ideas* • *Understand how mathematical ideas interconnect and build on one another to produce a coherent whole* • *Recognize and apply mathematics in contexts outside of mathematics* • Mengenal dan menggunakan koneksi antara ide-ide matematika • Memahami bagaimana ide-ide matematika berhubungan dan saling berkaitan sehingga merupakan satu system yang utuh. • Mengenal dan menerapkan matematika pada bidang lain.
Representation Standart *Instructional programs from prekindergarten*	• *Create and use representations to organize, record, and communicate mathematical ideas* • *Select, apply, and translate among mathematical representations to solve problems*

through grade 12 should enable all students to— **Standar Representasi** Program pengajaran dari PraTK sampai kelas 12 harus memungkinkan semua siswa untuk …	• *Use representations to model and interpret physical, social, and mathematical phenomena* • Membuat dan menggunakan representasi (penyajian) untuk mengorganisasikan, merekam, dan mengkomunikasikan ide-ide matematika. • Memilih, menerapkan, dan mewujudkan penyajian matematika untuk menyelesaikan soal • Menggunakan penyajian untuk memodelkan dan menafsirkan fenomena fisik, social, dan matematika.

Tujuan pembelajaran matematika dikatakan tercapai apabila siswa mampu mengolah cara berpikirnya selama proses pembelajaran, sehingga mampu melaksanakan pemecahan masalah, penalaran, komunikasi, koneksi dan representasi. Kelima proses tersebut membutuhkan cara berpikir tingkat tinggi untuk dapat menerapkannya, yaitu berpikir kritis.

2. Berpikir Kritis dalam Matematika

a. Berpikir

Berpikir berasal dari kata dasar "pikir". Arti dari kata dasar "pikir" dalam Kamus Besar Bahasa Indonesia adalah akal budi, ingatan, angan-angan. "Berpikir" artinya menggunakan akal budi untuk mempertimbangkan dan memutuskan sesuatu, menimbang-nimbang dalam ingatan.[27] Secara umum, tiap perkembangan dalam idea, konsep dan sebagainya dapat disebut berpikir.[28]

Berpikir merupakan suatu hal yang dipandang biasa-biasa saja yang diberikan Tuhan kepada manusia, sehingga manusia menjadi makhluk yang dimuliakan. Ditinjau dari perspektif psikologi, berpikir

[27] Wowo Sunaryo Kuswana, *Taksonomi Berpikir*, (Bandung : Remaja Rosdakarya, 2013), hlm.1

[28] Jujun S. Suriasumantri, *Ilmu dalam Perspektif (Sebuah Kumpulan Karangan Tentang Hakekat Ilmu)*, (Jakarta : Yayasan Obor Indonesia, 2006), hlm.52

merupakan cikal bakal ilmu yang sangat kompleks. [29] Dalam menjelaskan pengertian secara tepat, beberapa ahli moncoba memberikan definisi, seperti:

a) Menurut *Ross*, berpikir merupakan aktivitas mental dalam aspek teori dasar mengenai objek psikologis.
b) Menurut *Valentine*, berpikir dalam kajian psikologis secara tegas menelaah proses dan pemeliharaan untuk suatu aktivitas yang berisi mengenai "bagaimana" yang dihubungkan dengan gagasan-gagasan yang diarahkan untuk beberapa tujuan yang diharapkan.
c) Menurut *Garret*, berpikir merupakan perilaku yang sering kali tersmbunyi atau setengah tersembunyi di dalam lambang atau gambaran, ide, konsep yang dilakukan seseorang.
d) Menurut *Gilmer*, berpikir merupakan suatu pemecahan masalah dan proses penggunaan gagasan atau lambang-lambang pengganti suatu aktivitas yang tampak secara fisik. Selain itu, ia mendefinisikan bahwa berpikir merupakan suatu proses dari penyajian suatu peristiwa internal dan eksternal, kepemilikan masa lalu, masa sekarang, dan masa depan yang satu sama lain saling berinteraksi.[30]
e) Selain itu, *Vincent Ruggiero* mengartikan berpikir sebagai "segala aktivitas mental yang membantu merumuskan atau memecahkan masalah, membuat keputusan, atau memenuhi keinginan untuk

[29] Wowo Sunaryo Kuswana, *Taksonomi Berpikir*…, hlm. 2
[30] *Ibid*.,

memahami: berpikir adalah sebuah pencarian jawaban, sebuah pencapaian makna".[31]

Berdasarkan pengertian berpikir yang dijelaskan oleh beberapa ahli, peneliti menyimpulkan bahwa berpikir adalah suatu aktivitas akal seseorang, baik itu dilakukan secara sengaja ataupun tidak disengaja dalam menganalisa suatu hal untuk mencapai tujuan tertentu.

Proses berpikir secara normal menurut *Mayer* akan meliputi tiga komponen pokok sebagai berikut. *Pertama* berpikir adalah aktivitas kognitif yang terjadi didalam mental atau pikiran seseorang, tidak tampak, tetapi dapat disimpulkan berdasarkan berilaku yang tampak. *Kedua*, berpikir merupakan suatu proses yang melibatkan beberapa manipulasi pengetahuan didalam system kognitif. Pengetahuan yang pernah dimiliki (tersimpan didalam ingatan) digabungkan dengan informasi sekarang sehingga mengubah pengetahuan seseorang mengenai situasi yang sedang dihadapi. *Ketiga*, aktivitas berpikir diarahkan menghasilkan pemecahan masalah.[32]

Berpikir merupakan proses yang berjalan didalam otak secara berkesinambungan. Maksudnya, jika seseorang dihadapkan pada suatu permasalahan mula-mula seseorang akan memberikan respon, apa permasalahan yang terjadi. Selanjutnya seseorang pasti akan mengaitkan permasalahan tersebut dengan pengetahuan yang sudah dimilikinya, apakah itu berhubungan atau tidak. Dan yang terakhir, jika seseorang

---

[31] Elaine B. Johnson, *Contextual Teaching & Learning*…, hlm.187
[32] Suharnan, *Psikologi Kognitif*, (Surabaya : Srikandi, 2005), hlm.281

sudah bisa memahami permasalahan yang dihadapi, maka akan muncul keinginan untuk memecahkan masalah. Proses berpikir dalam memecahkan masalah memiliki berbagai macam tahapan yang berbeda-beda.

Mengenai tahapan berpikir yang terjadi sejak tahap operasional kongkrit sampai tahap operasional formal, *Freenkel* mengemukakan tahapan-tahapan sebagai berikut: (1) Tahap berpikir konvergen, yaitu mengorganisasikan informasi atau pengetahuan yang diperoleh untuk mendapatkan jawaban yang benar; (2) Tahap bepikir divergen yaitu kita mengajukan beberapa alternatif sebagai jawaban. Diantara jawaban tersebut tidak ada yang benar 100%. Oleh karena itu, kita tidak bisa memperoleh suatu kesimpulan yang pasti dari berpikir divergen; (3) Tahap berpikir kritis, yaitu bahwa untuk mampu berpikir secara kritis dalam menghadapi permasalahan seseorang harus terlebih dahulu memiliki beberapa alternatif sebagai jawaban yang mungkin atas permasalahan yang sedang dihadapi. Selanjutnya menentukan kriteria untuk memiliki alternatif jawaban yang paling benar. Penentuan kriteria itu didasarkan pada pengetahuan dan konsep-konsep yang berhubungan dengan permasalahan yang sedang dihadapi; (4) Tahap berpikir kreatif, yaitu menghasilkan gagasan baru yang tidak dibatasi oleh fakta-fakta, tidak memerlukan penyesuaian dengan kenyataan, tidak memperhatikan bukti dan bisa saja melanggar aturan logis.[33]

[33] Kowiyah, ”Kemampuan Berpikir Kritis”, *Jurnal Pendidikan Dasar*, 3:5,2012, hlm.175

Berdasarkan penjabaran diatas, tahapan berpikir menurut *frenkel* ada empat, yaitu konvergen, divergen, kritis dan kreatif. Berpikir kritis merupakan tahapan berpikir yang membutuhkan berbagai perkiraan untuk memecahkan masalah, sehingga peneliti memilih tahapan berpikir kritis untuk tujuan pembahasan ini, karena dengan berpikir kritis akan menghasilkan pemecahan masalah yang lebih baik dikarenakan dalam tahapan berpikir kritis dibutuhkan perkiraan atau alternatif jawaban dalam memecahkan masalah.

b. Berpikir Kritis

Menurut *John Dewey* berpikir kritis disebut dengan berpikir reflektif dan didefinisikan sebagai berikut, "*Active, persistent, and careful consideration of a belief or supposed from of knowledge in the light of the grounds which support it and the further conclusions to which it tends*". [34] Berpikir kritis disebut berpikir reflektif dengan definisi pertimbangan yang aktif, persisten, dan hati-hati terhadap suatu pengetahuan atau nilai, berdasar alasan yang mendasarinya dan kesimpulan.

Berpikir kritis adalah proses terarah dan jelas yang digunakan dalam kegiatan mental seperti memecahkan masalah, mengambil keputusan dan menganalisis asumsi.[35] Berpikir kritis dapat dipandang sebagai kemampuan berpikir siswa untuk membandingkan dua atau lebih informasi, misalkan informasi yang diterima dari luar dengan informasi

[34] John Dewey, *How We Think*…, Hlm.6
[35] Elaine B. Johnson, *Contextual Teaching & Learning*…, hlm.183

yang dimiliki. Bila terdapat perbedaan atau persamaan, maka ia akan mengajukan pertanyaan atau komentar dengan tujuan untuk mendapatkan penjelasan. Ciri-ciri seseorang berpikir kritis adalah : (1) menyelesaikan suatu masalah dengan tujuan tertentu, (2) menganalisis, menggeneralisasikan, mengorganisasikan ide berdasarkan fakta/informasi yang ada, dan (3) menarik kesimpulan dalam menyelesaikan masalah tersebut secara sistematik dengan argumen yang benar.[36] Berdasarkan pegertian beberapa ahli, peneliti menyimpulkan bahwa berpikir kritis adalah berpikir secara mendalam dengan melibatkan berbagai asumsi dalam proses pemecahan masalah dan membuktikan asumsi yang paling benar.

c. Kemampuan Berpikir Kritis

Berpikir kritis ini merupakan kemampuan esensial yang harus dimiliki oleh peserta didik dalam memecahkan masalah.[37] Tujuan dari berpikir kritis adalah untuk mencapai pemahaman yang mendalam.[38] *Paul* lebih lanjut menyatakan bahwa salah satu tujuan berpikir kritis adalah untuk mengembangkan perspektif peserta didik, dan berpendapat bahwa dialog atau "pengalaman dialektis" penting sebagai bahan dalam membantu mengembangkan penilaian, tentang bagaimana dan dimana keterampilan khusus terbaik dapat digunakan.[39] Melalui pemahaman yang mendalam seseorang akan mampu mengungkap makna di balik

[36] Rasiman & Kartinah, *"Penjenjangan Kemampuan Berpikir Kritis…,* 2011
[37] Elaine B. Johnson, *Contextual Teaching & Learning*…, hlm.201
[38] *Ibid.*, hlm.185
[39] Wowo Sunaryo Kuswana, *Taksonomi Berpikir*…, hal. 22

berbagai asumsi yang diperoleh sehingga dapat menemukan kebenaran di tengah banyaknya asumsi yang tersedia.

Dalam pendidikan modern berpikir kritis merupakan suatu hal yang penting untuk dikembangkan. Ada beberapa pertimbangan untuk mengembangkan berpikir kritis. Menurut *H.A.R Tilaar*, ada 4 pertimbangan mengapa berpikir kritis perlu dikembangkan di dalam pendidikan modern, diantaranya : (1) Mengembangkan berpikir kritis didalam pendidikan berarti kita memberikan penghargaan kepada peserta didik sebagai pribadi (*respect as person*); (2) Berpikir kritis merupakan tujuan yang ideal di dalam pendidikan karena mempersiapkan peserta didik untuk kehidupan kedewasaannya; (3) Pengembangan berpikir kritis dalam proses pendidikan merupakan suatu cita-cita tradisional seperti apa yang ingin dicapai melalui pelajaran ilmu-ilmu eksakta; (4) Berpikir kritis merupakan suatu hal yang sangat dibutuhkan dalam kehidupan demokratis.[40] Oleh sebab itu, sudah menjadi sebuah keharusan bagi seseorang untuk mengembangkan berpikir kritis dalam memecahkan masalah.

Dalam penelitian ini, untuk dapat mengetahui tingkat kemampuan berpikir kritis dalam pemecahan masalah digunakan indikator - indikator berpikir kritis menurut Rasiman dan Kartinah, sebagai berikut : [41]

1) Mengidentifikasi fakta-fakta yang diberikan dengan jelas dan logis
2) Merumuskan pokok-pokok permasalahan dengan cermat

[40] Kowiyah, ”Kemampuan Berpikir Kritis”…, hlm.178
[41] Rasiman & Kartinah,“Penjenjangan Kemampuan Berpikir Kritis…, 2011

3) Menerapkan metode yang pernah dipelajari dengan akurat
4) Mengungkap data atau definisi atau dalam menyelesaikan masalah dengan tepat
5) Memutuskan dan melaksanakan dengan benar
6) Mengevaluasi argumen yang relevan dalam penyelesaian suatu masalah dengan teliti
7) Membedakan antara kesimpulan yang didasarkan pada logika yang valid

d. Berpikir Kritis dalam Matematika

Mempelajari matematika kurang tepat bila dilakukan dengan cara menghafal namun, matematika dapat dipelajari dengan baik dengan cara mengerjakan latihan-latihan. Dalam proses mengerjakan latihan-latihan tersebutlah mulai berpikir bagaimana merumuskan masalah, merencanakan penyelesaian, mengkaji langkah-langkah penyelesaian, membuat dugaan bila data yang disajikan kurang lengkap diperlukan sebuah kegiatan berpikir yang disebut berpikir kritis.[42]

Berpikir kritis matematis artinya berpikir kritis dalam matematika. Berpikir kritis matematis adalah aktivitas mental yang dilakukan menggunakan langkah-langkah sebagai berikut :

1) Memahami masalah dan merumuskan masalah dalam matematika
2) Mengumpulkan informasi yang diperlukan yang dapat dipercaya

[42] Kowiyah, ”Kemampuan Berpikir Kritis”…, hlm.176

3) Menganalisis informasi yang diperlukan dengan mengklarifikasi informasi yang diperlukan dan yang tidak diperlukan
4) Merumuskan konjektur (dugaan) atau hipotesis
5) Membuktikan konjektor atau menguji hipotesis dengan kaidah logika
6) Menarik Kesimpulan secara hati-hati (reflektif)
7) Melakukan evaluasi
8) Mengambil keputusan
9) Melakukan estimasi dan generalisasi.[43]

Matematika pada dasarnya adalah suatu ilmu yang abstrak, melalui berpikir kritis akan memudahkan siswa dalam memecahkan masalah matematika. Berpikir kritis menurut peneliti lebih tepat untuk memecahkan masalah matematika karena dalam proses berpikir kritis memiliki tahapan-tahapan yang sistematis dan memudahkan siswa untuk memecahkan masalah matematika.

3. Pemecahan Masalah Matematika

a. Masalah

Masalah seringkali disebut orang sebagai kesulitan, hambatan, gangguan, ketidakpuasan, atau kesenjangan.[44] Masalah matematika pada umumnya berbentuk soal matematika, namun tidak semua soal matematika merupakan masalah. Menurut Erman Suherman, jika kita menghadapi suatu soal matematika, maka ada beberapa hal yang mungkin terjadi yaitu, kita : (1) Langsung mengetahui atau mempunyai

[43] In Hi Abdullah, *Berpikir Kritis Matematik*, Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika, 2:1, FKIP Universitas Khairun, 2013, hlm. 73

[44] Suharnan, *Psikologi Kognitif*…, hlm. 283

gambaran tentang penyelesaiannya tetapi tidak berkeinginan (berminat) untuk menyelesaikan soal itu; (2) Mempunyai gambaran tentang penyelesaiannya dan berkeinginan untuk menyelesaikannya; (3) Tidak mempunyai gambaran tentang penyelesaiannya akan tetapi berkeinginan untuk menyelesaikan soal itu; dan (4) Tidak mempunyai gambaran tentang penyelesaiannya dan tidak berkeinginan untuk menyelesaikan soal itu.

Apabila kita berada pada kemungkinan (3) maka dikatakan bahwa soal itu adalah masalah bagi kita. Jadi, agar suatu soal merupakan masalah bagi kita diperlukan dua syarat yaitu *pertama*, kita tidak mengetahui gambaran tentang jawaban soal itu dan *kedua*, kita berkeinginan atau berkemauan untuk menyelesaikan soal tersebut.[45]

Masalah dalam matematika adalah tergantung seseorang dalam memandang permasalahan matematika itu sendiri. Berdasarkan penjabaran diatas, soal matematika akan jadi sebuah masalah jika seseorang belum mengetahui gambaran penyelesaian dari permasalahan matematika yang ada namun seseorang tersebut memiliki keinginan untuk memecahkan masalah tersebut.

b. Pemecahan masalah

Seseorang akan menggunakan proses pemecahan masalah apabila ia menginginkan tujuan tertentu, sementara tujuan itu tidak dijumpai atau harus dicari dan diusahakan pada saat itu. Dengan kata lain pemecahan

[45] Rasiman & Kartinah,"Penjenjangan Kemampuan Berpikir Kritis…, hlm. 5

masalah paling sedikit melibatkan proses berpikir dan seringkali harus dilakukan dengan penuh usaha atau *cognitive effortful*.[46] Kemampuan memecahkan masalah memang tidak bisa berkembang tanpa dilatih. Tiap-tiap individu memiliki kemampuan sendiri-sendiri dalam memecahkan masalah, tetapi dengan usaha yang lebih seseorang akan memiliki kemampuan memecahkan masalah yang lebih baik.

Kemampuan menyelesaikan masalah merupakan bagian penting dalam matematika dan sebenarnya pada setiap subjek lain disekolah. Anak dengan kemampuan memecahkan masalah yang baik adalah ahli strategi yang baik. Mereka sangat baik dalam menggambarkan atau memperkirakan jawaban, menawarkan banyak teknik alternatif untuk menghadapi tantangan, memilih teknik-teknik terbaik, dan memonitor apa yang mereka lakukan sehingga mereka dapat menjabarkan strategi alternatif saaat diperlukan.[47]

Pemecahan masalah (*problem solving*) menurut *Polya*, *Problem solving as an attempt to find the way out from one difficultness and reach the unreachable objective that cannot be solve at once.* [48] Pemecahan masalah sebagai suatu usaha mencari jalan keluar dari suatu kesulitan guna mencapai tujuan yang tidak segera dapat dicapai.

Menurut *Polya* ada empat langkah yang harus dilakukan dalam pemecahan masalah. *"In order to group conveniently the questions and*

---

[46] Suharnan, *Psikologi Kognitif*…, hlm. 285

[47] A. Samik Wahab, *Ilmu Kesehatan Anak (Edisi 15)*, (Jakarta : Buku Kedokteran EGC, 2000), hlm. 130

[48] George Polya, *How to Solve It: A New Aspect of Mathematics method* (2 ed), (Princenton, N.J : Pricenton University Press, 1985)

suggestions of our list, we shall distinguish four phases of the work. First, we have to understand the problem; we have to see clearly what is required. Second, we have to see how the various items are connected, how the unknown is linked to the data, in order to obtain the idea of the solution, to make a plan. Third, we carry out our plan. Fourth, we look back at the completed solution, we review and discuss it."[49]

Pada saat mengelompokkan susunan pertanyaan dan asumsi, kita harus memperhatikan empat fase atau tahap dalam mengerjakannya. Pertama, kita harus memahami masalah; kita harus memahami dengan jelas permasalahan. Kedua, kita harus mengetahui bagaimana macam-macam cara penyelesaian yang saling berkaitan (merencanakan penyelesaian), bagaimana yang belum diketahui itu berhubungan dengan data yang diperoleh pada saat memperoleh cara untuk mebuat rencana. Ketiga, kita merealisasikan atau melaksanakan rencana. Keempat, kita memeriksa kembali semua solusi, kita menelaah dan mendiskusikannya. Secara garis besar, empat tahap pemecahan masalah menurut polya adalah memahami masalah, merencanakan penyelesaian, melaksanakan rencana dan Memeriksa kembali.

Jika diperhatikan tahapan pemecahan masalah *Polya*, dalam pelaksanaannya membutuhkan kemampuan berpikir kritis, yaitu yang *pertama*, memahami masalah, dibutuhkan kemampuan berpikir kritis untuk benar-benar memahami suatu permasalahan secara mendalam;

[49] *Ibid*., hlm. 5

kedua, merencanakan penyelesaian, dibutuhkan kemempuan berpikir kritis untuk mencari informasi suatu permasalahan dengan tepat berdasarkan asumsi berupa fakta yang diperoleh; *ketiga* melaksanakan rencana, dibutuhkan kemampuan berpikir kritis untuk menganalisis suatu permasalahan dengan tepat; dan yang *keempat*, memeriksa kembali, dibutuhkan juga kemampuan berpikir kritis untuk melaksanakan evaluasi dari hasil analisisnya atau penyelesaiannya sebelum menentukan pemecahan masalah yang tepat.

Belajar dengan pemecahan masalah akan melatih siswa terampil dalam berpikir. Berpikir kritis diperlukan dalam pemecahan masalah karena dalam memecahkan masalah berpikir kritis memberikan arahan yang tepat dalam berpikir dan bekerja, serta membantu menemukan keterkaitan faktor yang satu dengan yang lainnya secara lebih akurat.[50] Jadi, siswa yang berfikir kritis akan lebih mudah melaksanakan pemecahan masalah dan siswa yang melakukan pemecahan masalah yang baik cenderung siswa yang berpikir kritis.

Pemecahan masalah yang digunakan dalam penelitian ini adalah langkah pemecahan masalah matematika berdasarkan teori *Polya*. Dengan menggunakan langkah-langkah pemecahan masalah oleh *Polya* diharapkan siswa dapat lebih runtut dan terstruktur dalam memecahkan masalah matematika.

---

[50] Desti Haryani, *Membentuk Siswa Berpikir Kritis Melalui Pembelajaran Matematika.* (Palangkaraya: Makalah dipresentasikan dalam seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika dengan tema "*Kontribusi Pendidikan Matematika dan Matematika dalam Membangun Karakter Guru dan Siswa"* pada tanggal 10 November 2012 di Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY), 2012, hal. 170

c. Pemecahan Masalah Matematika

Berdasarkan langkah-langkah pemecahan masalah yang dikemukakan oleh *Polya*, dalam penelitian ini dilakukan analisis profil kemampuan berpikir kritis siswa dalam pemecahan masalah matematika berdasarkan kemampuan berpikir matematika siswa yaitu, rendah, sedang dan tinggi. Peneliti menggunakan indikator berpikir kritis berdasarkan langkah pemecahan masalah (*Polya*) menurut Rasiman dan Kartinah, sebagai berikut:

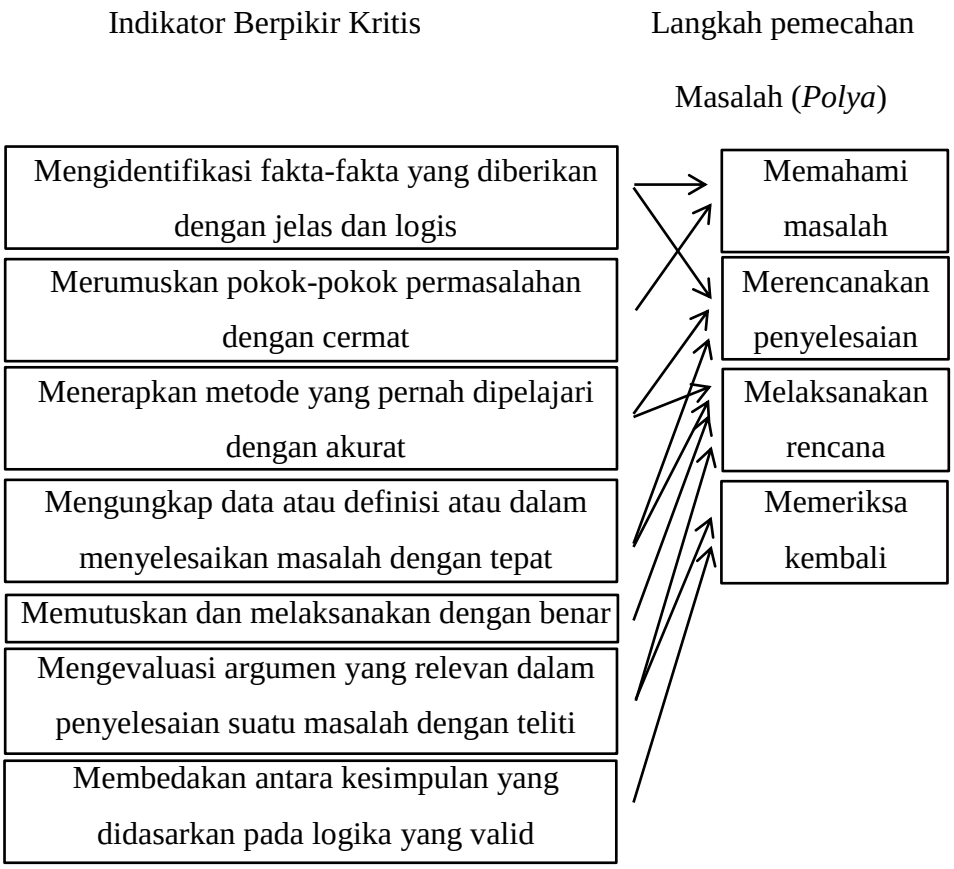


Diagram 2.1 Skema Indikator Berpikir Kritis

Rasiman dan Kartinah merumuskan secara teoritis tingkat kemampuan berpikir kritis yang terdiri dari 4 tingkat yang dimulai dari

terendah, yaitu tingkat 0, tingkat 1, tingkat 2, dan tingkat 3. Dasar perumusannya adalah tujuh indikator berpikir kritis yang disimpulkan dari kajian teori. [51]

Dalam menganalis kemampuan berpikir kritis siswa, peneliti menggunakan penjenjangan kemampuan berpikir kritis Rasiman dan Kartinah ditunjukkan dalam Draf Perbaikan Tingkat Kemampuan Berpikir Kritis yang sudah direvisi sesuai dengan hasil analisis wawancara pada tahap pra-penelitian yang ditunjukkan pada Tabel 2.1[52]

Tabel 2.2 Draf Perbaikan Tingkat Kemampuan Berpikir Kritis

Indikator Berpikir Kritis	**TKBK 3 (Kritis)**	**TKBK 2 (Cukup Kritis)**	**TKBK 1 (Kurang Kritis)**	**TKBK 0 (Tidak Kritis)**
1. Mengidentifikasi fakta-fakta yang diberikan dengan jelas dan logis (IBK 1)	√	√	√	√
2. Merumuskan pokoK-pokok permasalahan dengan cermat (IBK 2)	√	√	√	√
3. Menerapkan “metode” yang pernah dipelajari dengan akurat (IBK 3)	√ atau -	√ atau -	√ atau -	-
4. Mengungkap data atau definisi atau dalam menyelesaikan masalah dengan tepat (IBK 4)	√	√	√	-
5. Memutuskan dan melaksanakan dengan benar (IBK 5)	√	√	-	-
6. Mengevaluasi argumen yang relevan dalam penyelesaian suatu masalah dengan teliti (IBK 6)	√	-	-	-
7. Membedakan antara kesimpulan yang didasarkan pada logika yang valid (IBK 7)	√	-	-	-

[51] *Ibid.*,
[52] *Ibid.*, hlm. 7

Keterangan:
"-" = tidak memenuhi
"√" = memenuhi

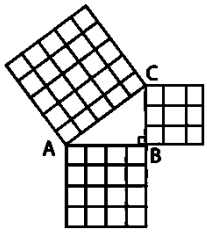
Dengan menggunakan indikator-indikator dan draf TKBK diatas, maka dalam penelitian ini dapat menganalisis tingkat berpikir kritis siswa kelas VIII MTs Negeri 1 Kota Blitar dalam Pemecahan masalah matematika. Sehingga dalam penelitian ini, peneliti menggunakan acuan penelitian terdahulu dengan mengikuti jejak Rasiman dan Kartinah yang menggunakan 4 Tingkat Kemampuan Berpikir Kritis (TKBK), yaitu TKBK 3 (kritis), TKBK 2 (cukup kritis), TKBK 1 (kurang kritis) dan TKBK 0 (tidak kritis).

4. Materi Phytagoras

Phytagoras sendiri merupakan seorang ahli matematik abadi yang namanya kini telah dikenal oleh setiap anak sekolah menengah karena dalil Phytagoras yang dirumuskan : "Jumlah dari luas 2 sisi sebuah segitiga siku-siku adalah sama dengan luas sisi miringnya" atau lebih terkenal dengan rumus $a^2+b^2=c^2$.[53]

a. Theorema Phytagoras

Bentuk visual dalil Phytagoras :[54]



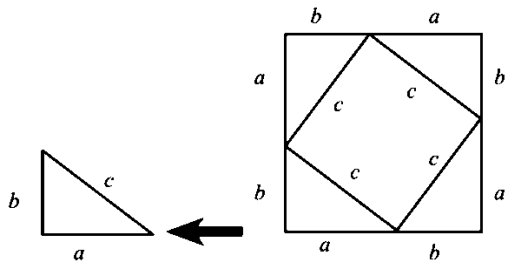
$4^2+3^2=5^2$

16+9=25

Gambar 2.1 Bentuk visual dalil phytagoras

[53] The Liang Gie, *Filsafat Matematik…*, hlm. 15
[54] *Ibid*., hlm. 16

Berikut ini pembuktian paling sederhana tentang Phytagoras dengan menggunakan luas segitiga dan luas persegi.



Gambar 2.2 Bentuk visual pembuktian dalil phytagoras

Luas persegi kecil + 4 Luas segitiga = Luas Persegi besar

$$4 \times \left(\frac{1}{2} \times a \times b\right) + c^2 = (a+b)^2$$

$$2ab + c^2 = a^2 + 2ab + b^2 \qquad \text{(kedua ruas dikurangi 2ab)}$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Hubungan panjang sisi-sisi segitiga siku-siku tersebut dinamakan Pythagoras.

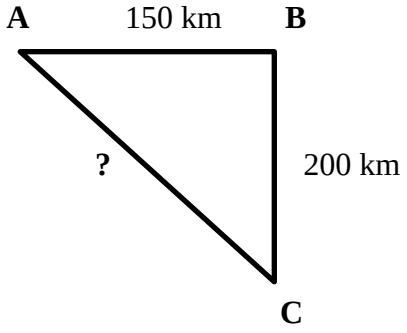
b. Triple Phytagoras

Triple Phytagoras adalah tiga bilangan asli yang memenuhi teorema phytagoras. Misalnya triple phytagoras 3, 4, 5 mempunyai kelipatan 6, 8, 10 atau 9, 12, 15 dan lainnya juga merupakan triple phytagoras. Salah satu manfaat dari triple phytagoras adalah untuk menentukan sebuah segitiga siku-siku atau bukan.

Untuk memperoleh triple phytagoras dapat digunakan salah satu rumus umum, yaitu $a = m^2 - n^2$, $b = 2mn$, dan $c = m^2 + n^2$ dimana m dan n adalah bilangan asli dengan $m > n$, serta c dianggap sebagai sisi terpanjang atau hipotenusa.

c. Menyelesaikan Permasalahan Nyata dengan Teorema Phytagoras

Ada banyak permasalahan dalam kehidupan sehari-hari yang berhubungan atau yang bisa diselesaikan dengan teorema phytagoras. Misalnya, Sebuah kapal berlayar kearah timur sejauh 150 km, selanjutnya kearah selatan sejauh 200 km. Hitunglah jarak kapal sekarang dengan tempat semula. Maka penyelesaiannya sebagai berikut :



Gambar 2.3 Bangun datar segitiga siku-siku

Berdasarkan gambar diatas maka untuk menghitung jarak kapal sekarang dari tempat semula sebagai berikut :

Jarak kapal ketempat semula AC

$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2}$

$AC = \sqrt{150^2 + 200^2}$

$AC = \sqrt{22500 + 40000}$

$AC = \sqrt{62500}$

$AC = 250\ km$, Jadi, jarak kapal sekarang sekarang dari tempat semula adalah 250 km.

B. Penelitian Terdahulu

Pada penelitian ini, peneliti juga mempunyai tujuan untuk melengkapi atau sebagai pembanding penelitian terdahulu berikut ini:

1. Muhibatul Abidah tahun 2016 dengan judul "Kemampuan Berpikir Kritis Siswa dalam *Problem Solving* Matematika Siswa SMA Negeri 1 Rejotangan Tahun Pelajaran 2015/2016". Hasil penelitian menunjukkan bahwa kemampuan berpikir kritis Siswa laki-laki mampu menyelesaikan soal *problem solving* matematika dengan baik, tepat, runtut, dan benar. Dan Siswa perempuan kurang mampu menyelesaikan soal *problem solving* matematika dengan baik, tepat, runtut, dan benar.[55] Penelitian ini hampir sama dengan penelitian yang akan dilaksanakan, namun pada dasarnya berbeda. Karena peneliti melakukan penelitian pada jenjang yang berbeda, yaitu tingkat MTs sedangkan penelitian terdahulu pada jenjang SMA. Peneliti menggunakan fokus penelitian pada kemampuan matematika siswa tingkat rendah, sedang dan tinggi, sedangkan penelitian terdahulu menggunakan fokus penelitian pada kemampuan berpikir kritis siswa laki-laki dan perempuan. Peneliti melakuakn penelitian pada materi Phytagoras, sedangkan penelitian terdahulu menggunakan materi Peluang. Serta kondisi dan situasinya juga berbeda dengan penelitian ini.
2. Rasiman dan Kartinah pada tahun 2011 dari IKIP PGRI Semarang dengan judul "Penjenjangan Kemampuan Berpikir Kritis Mahasiswa Prodi Pendidikan Matematika FPMIPA IKIP PGRI Semarang Dalam

[55] Muhibatul Abidah, *"Kemampuan Berpikir Kritis Siswa dalam Problem Solving Matematika Siswa SMA Negeri 1 Rejotangan Tahun Pelajaran 2015/2016"*,(Tulungagung:IAIN Tulungagung,2016)

Menyelesaikan Masalah Matematika". Hasil dari penelitian ini adalah berupa perjenjangan Tingkat Kemampuan Berpikir Kritis, yaitu mahasiswa yang tidak kritis (TKBK 0), mahasiswa kurang kritis (TKBK 1), Mahasiswa cukup kritis (TKBK 2), Mahasiswa kritis (TKBK 3).[56] Peneliti menggunakan phasil penelitian ini sebagai indikator berpikir kritis dalam pemecahan masalah matematika. Penelitian ini juga hampir sama dengan penelitian yang akan dilaksanakan, namun pada dasarnya berbeda. Karena peneliti melakukan penelitian pada jenjang yang berbeda, yaitu tingkat MTs atau SMP sedangkan penelitian terdahulu pada jenjang perkuliahan. Karena peneliti menggunakan subjek kelas VIII MTs Negeri 1 Kota Blitar sedangkan penelitian terdahulu menggunakan subjek Mahasiswa program studi pendidikan matematika, sehingga sudah tentu materi yang digunakan dalam penelitian berbeda. Serta kondisi dan situasinya juga berbeda dengan penelitian ini.

C. Berpikir Kritis dalam Perspektif Islam

Berpikir adalah cara khas manusia yang membedakannya dari makhluk lain. Islam memandang berpikir itu sebagai media untuk mendekatkan diri kepada Allah SWT. Sebab dengan berpikir, manusia menyadari posisinya sebagai hamba dan memahami fungsinya sebagai khalifatullah di muka bumi. Hal tersebut dijelaskan dalam surat Al-Baqarah ayat 30, sebagai berikut :

وَإِذْ قَالَ رَبُّكَ لِلْمَلَٰٓئِكَةِ إِنِّي جَاعِلٌ فِي ٱلْأَرْضِ خَلِيفَةً ۖ قَالُوٓا۟ أَتَجْعَلُ فِيهَا

[56] Rasiman & Kartinah,"Penjenjangan Kemampuan Berpikir Kritis Mahasiswa Prodi Pendidikan Matematika FPMIPA IKIP PGRI Semarang dalam Menyelesaikan Masalah Matematika",2011

مَن يُفۡسِدُ فِيهَا وَيَسۡفِكُ ٱلدِّمَآءَ وَنَحۡنُ نُسَبِّحُ بِحَمۡدِكَ وَنُقَدِّسُ لَكَۖ قَالَ إِنِّيٓ أَعۡلَمُ مَا لَا تَعۡلَمُونَ ٣٠

Artinya : " Dan (ingatlah) ketika Tuhanmu berfirman kepada para malaikat, "Aku hendak menjadikan khalifah di bumi." Mereka berkata, "Apakah Engkau hendak menjadikan orang yang merusak dan menumpahkan darah disana, sedangkan kami bertasbih memuji-Mu dan menyucikan nama-Mu?" Dia berfirman, "Sungguh, Aku mengetahui apa yang tidak kamu ketahui."[57]

Amanah kekhalifahan yang hanya diserahkan Allah kepada manusia (Adam) pun adalah karena faktor berpikir yang hanya dimiliki oleh manusia itu. Sebab, dengan kemampuan berpikir, manusia akan dapat menyerap ilmu pengetahuan dan mentransfernya. Berpikir merupakan aktivitas yang akan menghasilkan kesimpulan yang beragam, sudah barang tentu diperlukan suatu cara berpikir yang mendalam atau tingkat tinggi untuk mencapai sasarannya, salah satunya berpikir kritis. Adapun yang dimaksud berpikir kritis dijelaskan dalam surat Al-Imran ayat 190, sebagai berikut :

إِنَّ فِي خَلۡقِ ٱلسَّمَٰوَٰتِ وَٱلۡأَرۡضِ وَٱخۡتِلَٰفِ ٱلَّيۡلِ وَٱلنَّهَارِ لَأٓيَٰتٖ لِّأُوْلِي ٱلۡأَلۡبَٰبِ ١٩٠

Artinya : "Sesungguhnya dalam penciptaan langit dan bumi, dan silih bergantinya malam dan siang terdapat tanda-tanda bagi orang-orang yang berakal."[58]

Kandungan surat tersebut menjelaskan bahwa orang yang berakal adalah orang-orang yang mengingat Allah swt dalam keadaaan apapun dan memikirkan tentang ciptaan dan keagungan Allah swt. Akal manusia hendaknya digunakan untuk memikirkan, menganalisa dan menafsirkan segala

---

[57] Anggota IKAPI,*AL-Qur'an Tajwid dan Terjemahan*…, hlm.9
[58] *Ibid*., hlm. 105

keagungan Allah swt, termasuk Ilmu matematika, didalamnya terdapat permasalahan-permasalahan matematika yang memerlukan usaha berpikir kritis untuk memecahkannya.

Yang ditekankan di sini adalah bahwa setiap orang hendaknya berusaha secara ikhlas sekuat tenaga dalam meningkatkan kemampuan dan kedalaman berpikir. Sebaliknya, orang-orang yang tidak mau berusaha untuk berpikir secara mendalam atau berpikir kritis akan terus-menerus hidup dalam kelalaian yang sangat. Kata kelalaian mengandung arti "ketidakpedulian (tetapi bukan melupakan), meninggalkan, dalam kekeliruan, tidak menghiraukan, dalam kecerobohan". Kelalaian manusia yang tidak berpikir adalah akibat melupakan atau secara sengaja tidak menghiraukan tujuan penciptaan diri mereka serta kebenaran ajaran agama. Ini adalah jalan hidup yang sangat berbahaya yang dapat menghantarkan seseorang ke neraka.

D. Pemecahan Masalah dalam Perspektif Islam

Setiap manusia akan diuji dengan masalah. Oleh sebab itu, islam mengajarkan kepada umatnya agar lebih bersifat tenang jika dihadapkan suatu perkara dan selalu berdoa serta memohon petunjuk kepada Allah untuk segera mendapat pemecahan masalah. Adanya suatu masalah tentu datangnya dari Allah SWT, tak satupun manusia yang luput dari cobaan Allah. Jika manusia selalu takwa kepada Allah SWT, niscaya Allah akan selalu memberi petunjuknya dan memberikan kenikmatan kepadanya. Allah akan memberikan petunjuk kepada hambanya yang mau berusaha memecahkan masalahnya dengan cara yang baik. Allah berfirman dalam surat al-Insyirah ayat 5-8,

فَإِنَّ مَعَ ٱلْعُسْرِ يُسْرًا ﴿٥﴾ إِنَّ مَعَ ٱلْعُسْرِ يُسْرًا ﴿٦﴾ فَإِذَا فَرَغْتَ فَٱنصَبْ ﴿٧﴾
وَإِلَىٰ رَبِّكَ فَٱرْغَب ﴿٨﴾

Artinya : "Karena sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan (5) Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan (6) Maka apabila kamu telah selesai (dari sesuatu urusan), kerjakanlah dengan sungguh-sungguh (urusan) yang lain (7) dan hanya kepada Tuhanmulah hendaknya kamu berharap (8) ".[59]

Kandungan ayat ini menggambarkan bahwa setiap usaha manusia selalu ada kemudahan yang mengikuti suatu kesulitan seseorang. jika mau mendapatkan hasil yang baik (kenikmatan), seseorang harus diberikan suatu masalah untuk diselesaikan. Masalah di sini bukan dibuat untuk menyengsarakan siswa tetapi melatih siswa agar berhasil dalam belajar atau terbiasa untuk memecahkan masalah matematika.

E. Paradigma Penelitian

Kerangka berpikir dalam penelitian ini yaitu peneliti menganalisis profil kemampuan bepikir kritis siswa dalam memecahkan masalah matematika berdasarkan kemampuan matematis siswa, karena siswa memiliki kemampuan matematis yang berbeda - beda, diantaranya kemampuan matematis tinggi, sedang dan rendah. Peneliti mencoba menggali informasi dengan pemberian tes dan wawancara, kemudian menganlisis data yang diperoleh untuk mendapatkan profil kemamuan berpikir kritis siswa dalam pemecaham masalah matematika berdasarkan kemampuan matematis siswa. Paradigma penelitian pada penelitian ini disajikan secara singkat pada gambar berikut :

[59] *Ibid*., hlm. 1257

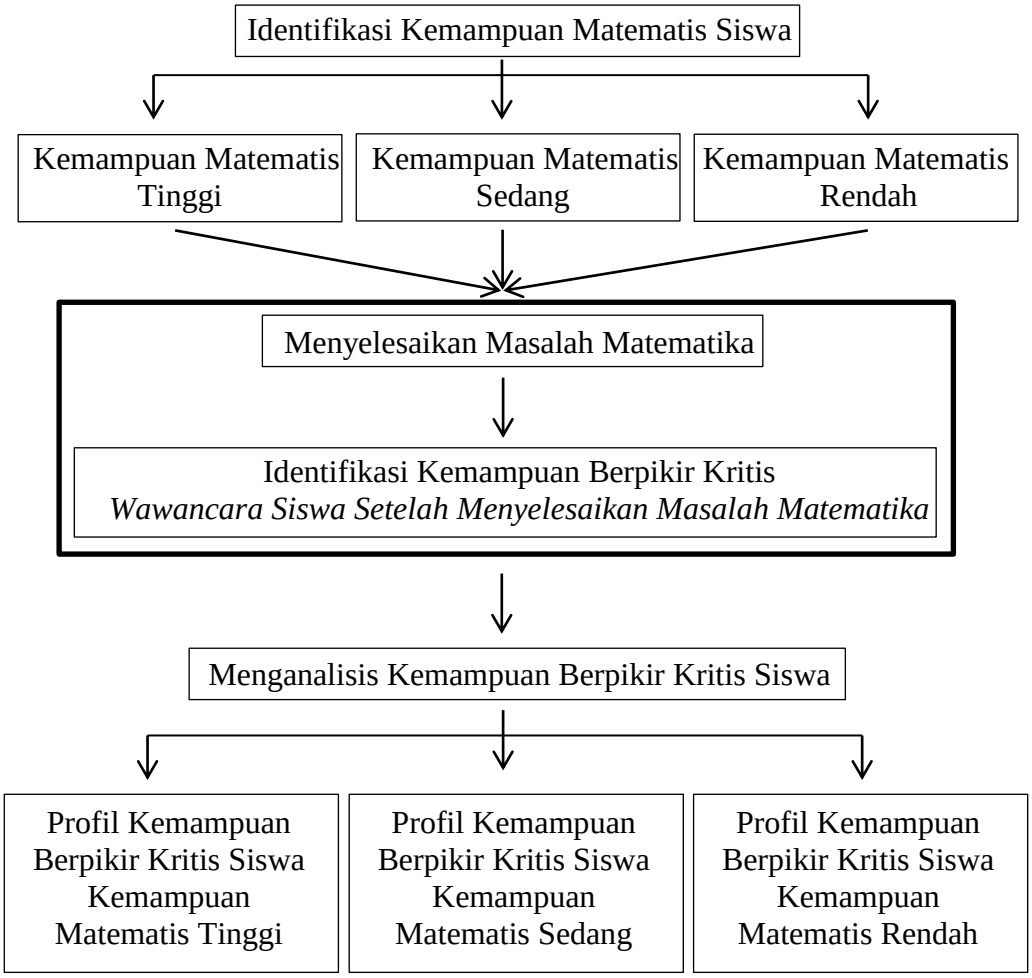


Diagram 2.2 Skema Paradigma Penelitian