BAB II

KAJIAN TEORI

A. Proses Belajar Mengajar Matematika

1. Belajar Matematika

Belajar merupakan hal yang sangat penting bagi setiap orang, karena dengan belajar seseorang memahami dan menguasai sesuatu sehingga orang tersebut dapat meningkatkan kemampuannya. Belajar merupakan perkembangan hidup manusia yang dimulai sejak lahir dan berlangsung seumur hidup.[1]

Belajar adalah sebuah proses perubahan tingkah laku yang meliputi perubahan kecenderungan manusia seperti, sikap, minat atau nilai dan perubahan kemampuannya yakni peningkatan kemampuan untuk melakukan berbagai jenis *performance* (kinerja).[2]

Witherington mengungkapkan bahwa belajar merupakan perubahan dalam kepribadian yang dimanifestasikan sebagai pola-pola respons yang baru yang berbentuk keterampilan, sikap, kebiasaan, pengetahuan dan kecakapan. Crow and crow juga mengungkapkan bahwa belajar adalah diperolehnya kebiasaan-kebiasaan pengetahuan dan sikap baru. Sedangkan Hilgard mengungkapkan belajar adalah suatu proses diaman suatu perilaku muncul atau berubah karena

---

[1] Nunuk Suryani dan Leo Agung, *Strategi Belajar Mengajar*, (Yogyakarta: Penerbit Ombak, 2012), hal. 34

[2] Erwin Widiasworo, *19 Kiat Sukses Membangkitkan Motivasi Belajar Peserta Didik*, (Jogjakarta: Ar-Ruzz Media, 2015), hal.18

addanya respons terhadap sesuatu situasi.[3] Herman Hudoyo berpendapat bahwa belajar adalah kegiatan bagi setiap orang termasuk di dalamnya pengetahuan, keterampilan, kebiasaan, kegemaran, dan sikap seseorang yang terbentuk, dimodifikasi dan berkembang disebabkan belajar.[4]

Berdasarkan definisi di atas dapat disimpulkan bahwa belajar merupakan suatu proses kegiatan yang dapat mengakibatkan perubahan pada diri seseorang baik itu hasil dari pengalaman ataupun tingkah laku.

Dalam belajar khususnya belajar matematika pola tingkah laku manusia yang tersusun menjadi suatu model sebagai prinsip-prinsip belajar diaplikasikan ke dalam matematika. Matematika yang berkenaan dengan ide-ide abstrak yang diberi simbul-simbul tersusun secara hirarkis dan penalarannya deduktif, sehingga belajar matematika itu merupakan kegiatan mental yang tinggi.[5] Belajar matematika merupakan proses yang ditandai dengan perubahan diri seseorang baik itu tingkah laku maupun yang lain yang kemudian diaplikasikan ke dalam matematika ketika menyelesaikan masalah yang bersifat matematik.

2. Mengajar Matematika

Mengajar adalah suatu kegiatan dimana pengajar menyampikan pengetahuan atau pengalaman yang dimiliki kepada siswa.[6] Mengajar merupakan suatu aktivitas dari guru dalam usaha mengorganisasi lingkungan yang berhubungan

---

[3] Nana Syaodih Sukmadinata, *Landasan Psikologi Proses Pendidikan*, (Bandung: Remaja Rosdakarya, 2005), hal.155

[4] Herman Hudoyo, *Strategi Mengajar Belajar Matematika*, (Malang: IKIP Malang,1990), hal. 1

[5] *Ibid*, hal.4

[6] *Ibid*, hal.6

dengan anak didik, pengetahuan dan bahan pembelajaran sehingga menimbulkan prosesbelajar-mengajar yang efektif pada diri siswa.[7]

Berdasarkan pengertian tersebut, tujuan mengajar adalah agar pengetahuan yang disampaikan dapat dipahami oleh siswa. Selain itu dalam belajar mengajar matematika, apabila terjadinya proses belajar matematika itu baik, dapat diharapkan hasil belajar siswa baik. Jika seorang siswa dapat dengan mudah mempelajari matematika maka untuk selanjutnya diharapkan mudah pula mengaplikasikannya ke situasi baru yaitu dapat menyelesaikan masalah dengan baik dalam matematika itu sendiri maupun ilmu lainnya dalam kehidupan sehari-hari.

Mengajar matematika, seorang pengajar mampu memberikan intervensi yang cocok bila pengajar itu bisa menguasai dengan baik matematika yang diajarkan. Semua itu merupakan syarat yang esensial bahwa pengajar matematika harus menguasai bahan matematika yang diajarkan. Penguasaan terhadap bahan saja belumlah cukup agar siswa berpartisipasi intelektual dalam belajar. Pengajar seyogyanya juga memahami teori belajar sehingga belajar matematika menjadi bermakna bagi siswa.[8]

Peristiwa belajar akan dapat terlihat bila dalam mengajar terjadi interaksi antara pengajar dengan siswa. Belajar dan mengajar keduanya saling mempengaruhi yang dapat menentukan hasil belajar. Keduanya juga merupakan suatu proses yang komprehensif yang harus diarahkan untuk kepentingan siswa yaitu belajar

---

[7] Nunuk Suryani dan Leo Agung, *Strategi Belajar Mengaja*…, hal. 37
[8] Herman Hudoyo, *Strategi Mengajar Belajar Matematika*…9, hal.7

B. Kemampuan Penalaran Matematis

1. Pengertian Penalaran

Salah satu hal yang membedakan manusia dengan makhluk lainnya adalah manusia dikaruniai oleh Allah SWT dengan akal yang paling sempurna sehingga manusia dapat bernalar. Seperti yang dijelaskan dalam firman Allah pada Surat At-Tin ayat 4 sebagai berikut:[9]

لَقَدۡ خَلَقۡنَا ٱلۡإِنسَٰنَ فِيٓ أَحۡسَنِ تَقۡوِيمٖ (٤)

Artinya:
4. Sesungguhnya Kami telah menciptakan manusia dalam bentuk yang sebaik-baiknya. (QS. At-Tin: 4)

Manusia pada hakikatnya merupakan makhluk yang berpikir, merasa, bersikap dan bertindak. Sikap dan tindakannya yang bersumber pada pengetahuan yang didapatkan melalui kegiatan merasa atau berpikir. Suatu proses berpikir dalam menarik suatu kesimpulan yang berupa pengetahuan merupakan suatu penalaran.[10]

Penalaran merupakan konsep yang paling umum menunjuk pada salah satu proses pemikiran untuk sampai pada suatu kesimpulan sebagai pernyataan baru dari beberapa pernyataan lain yang diketahui. Pernyataan itu sendiri terdiri atas pengertian-pengertian sebagai unsurnya yang antara pengertian satu dengan yang lain ada batas-batas tertentu untuk menghindarkan kekaburan arti.[11]

Keraf mengartikan penalaran sebagai proses berpikir dan berusaha menghubung-hubungkan fakta-fakta atau evidensi-evidensi yang diketahui

---

[9] Departemen Agama RI, *Al-Qur'an dan Terjemahannya*…, hal.903

[10] Jujun S. Suriasumantri, *Filsafat Ilmu Sebuah Pengantar Populer,* (Jakarta: Pustaka Sinar Harapan, 2017), hal. 42

[11] Surajiyo, *Dasar-dasar Logika,* (Jakarta: PT Bumi Aksara, 2006), hal.20

menuju kepada suatu kesimpulan[12] Penalaran adalah suatu proses penarikan kesimpulan dari satu atau lebih proposisi.[13]

R.G Soekadijo mengartikan penalaran sebagai proses berfikir dengan bertolak dari indera atau observasi empirik berdasarkan sejumlah proporsisi yang diketahui atau dianggap benar, lalu orang menyimpulkan sebuah proporsisi baru yang sebelumnya tidak diketahui.[14] Lithner mendefinisikan penalaran sebagai pemikiran yang diadopsi untuk menghasilkan pernyataan dan mencapai kesimpulan pada pemecahan masalah yang tidak selalu didasarkan pada logika formal sehingga tidak terbatas pada bukti.[15]

Shutter dan Pierce mendefinisikan penalaran sebagai proses pencapaian kesimpulan logis berdasarkan fakta dan sumber yang relevan. Sedangkan menurut Galloti penalaran adalah pentransformasian yang diberikan dalam urutan tertentu untuk menjangkau kesimpulan.[16]

Berdasarkan definisi-definisi tersebut, dapat disimpulkan bahwa penalaran merupakan kegiatan, proses atau aktivitas berpikir untuk menarik kesimpulan atau membuat suatu pernyataan baru berdasar pada beberapa pernyataan yang diketahui sebelumnya.

---

[12] Fajar Shadiq, *Pembelajaran Matematika: Cara Meningkatkan Kemampuan Berpikir Siswa*, (Yogyakarta: Graha Ilmu, 2014), hal.42

[13] Surajiyo, *Filsafat Ilmu dan Perkembangannya di Indonesia*, (Jakarta: Bumi Aksara, 2015), hal.112.

[14] R.G. Soekadijo, *Logika Dasar*, (Jakarta: PT Gramedia, 1999), hal.6

[15] Cita Dwi Rosita, Kemampuan Penalaran Dan Komunikasi Matematis: Apa, Mengapa, Dan Bagaimana Ditingkatkan Pada Mahasiswa. (*Jurnal Euclid, ISSN 2355-17101, vol.1, No.1, pp. 1-59* Prodi Pendidikan Matematika Unswagati Cirebon) hal.33 dalam https://fkip-unswagati.ac.id/ejournal/index.php/euclid/article/viewFile/2/1 diakses pada tanggal 17 Desember 2017

[16] Topic Offirstson, *Aktivitas Pembelajaran Matematika Melalui Inkuiri Berbantu Software Cinderela*, (Yogyakarta: CV Budi Utama, 2012), hal. 41

Di dalam Al-Qur'an terdapat banyak sekali ayat yang mengandung perintah kepada manusia untuk menggunakan akalnya untuk berpikir. Salah satu ayat Al-Qur'an yang berkaitan dengan penalaran diantaranya pada Surat Al-Baqarah ayat 266 sebagai berikut :[17]

أَيَوَدُّ أَحَدُكُمۡ أَن تَكُونَ لَهُۥ جَنَّةٞ مِّن نَّخِيلٖ وَأَعۡنَابٖ تَجۡرِي مِن تَحۡتِهَا ٱلۡأَنۡهَٰرُ لَهُۥ فِيهَا مِن كُلِّ ٱلثَّمَرَٰتِ وَأَصَابَهُ ٱلۡكِبَرُ وَلَهُۥ ذُرِّيَّةٞ ضُعَفَآءُ فَأَصَابَهَآ إِعۡصَارٞ فِيهِ نَارٞ فَٱحۡتَرَقَتۡۗ كَذَٰلِكَ يُبَيِّنُ ٱللَّهُ لَكُمُ ٱلۡأٓيَٰتِ لَعَلَّكُمۡ تَتَفَكَّرُونَ (٢٦٦)

Artinya:

266. Apakah ada salah seorang di antaramu yang ingin mempunyai kebun kurma dan anggur yang mengalir di bawahnya sungai-sungai; dia mempunyai dalam kebun itu segala macam buah-buahan, kemudian datanglah masa tua pada orang itu sedang dia mempunyai keturunan yang masih kecil-kecil. Maka kebun itu ditiup angin keras yang mengandung api, lalu terbakarlah. Demikianlah Allah menerangkan ayat-ayat-Nya kepada kamu supaya kamu memikirkannya. (QS. Al Baqarah: 266)

Dari ayat tersebut secara tersirat dapat diketahui bahwa Allah SWT memerintahkan kepada manusia untuk mempergunakan akalnya dalam menilai, memilih, serta memperhatikan perbedaan sebagai tanda kekuasaan Allah SWT. Dengan kemampuan bernalarnya, manusia dapat berpikir untuk menarik kesimpulan atau menyusun pernyataan baru dari beberapa premis yang sudah diketahui atau dianggap benar. Di dalam penalaran, terdapat dua jenis penalaran, yaitu penalaran induktif (induksi) dan penalaran deduktif (deduksi) sebagai berikut:

a. Penalaran Induktif

Penalaran induktif merupakan proses berpikir dimana kita menyimpulkan bahwa apa yang kita ketahui benar untuk kasus-kasus khusus, juga akan benar

[17] Departemen Agama RI, *Al-Qur'an dan Terjemahannya*…, hal.56

untuk semua kasus yang serupa untuk hal-hal tertentu.[18] Penalaran induktif adalah suatu penalaran yang menurunkan kesimpula yang umum atas dasar tentang hal-hal yang khusus yang berpijak pada observasi indrawi.[19]

Penalaran induktif juga merupakan proses berpikir untuk menarik suatu kesimpulan yang berlaku umum berdasarkan atas fakta-fakta yang berifat khusus. Proses bernalar induktif meliputi menduga, mengenali pola dan membentuk generalisasi. Sehingga dapat disimpulkan berpikir induktif merupakan berpikir menggunakan kejadian atau pengalaman yang sering dijumpai, disimpulkan menjadi kebenaran secara umum.[20]

Giere menyatakan: ”*The general characteristic of inductive arguments is that they are knowledge expanding; that is, their conclusions contain more information than all they are premises combined.”* Penarikan kesimpulan pada induksi yang akan bersifat umum (genaral) ini akan menjadi sangat penting, karena ilmu pengetahuan tidak akan pernah berkembang tanpa adanya penarikan kesimpulan ataupun pembuatan pernyataan baru yang bersifat umum.[21]

b. Penalaran Deduktif

Penalaran deduktif merupakan proses berpikir dimana kita menyimpulkan bahwa kebenaran suatu konsep atau pernyataan diperoleh sebagai akibat logis dari kebenaran sebelumnya.[22] Jacob menyatakan: “*Deductive reasoning is a method of drawing conclusions from fact that we accept as true by using logic*”. Penalaran

---

[18] Fajar Shadiq, *Pembelajaran Matematika: Cara Meningkatkan …,* hal.59

[19] Topic Offirstson, *Aktivitas Pembelajaran Matematika Melalui Inkuiri Berbantu…*,hal. 42

[20] Goenawan Rubyanto, *Matematika Untuk PGSD*, (Malang: Gunung Samudera, 2015), hal.24

[21] Fajar Shadiq, *Pembelajaran Matematika: Cara Meningkatkan …,* hal.43

[22] *Ibid.*, hal.59

deduktif adalah suatu cara penarikan kesimpulan dari pernyataan atau fakta-fakta yang dianggap benar dengan menggunakan logika.[23]

Dalam matematika sering terjadi bahwa aturan-aturan dicoba dibuktikan kebenarannya sebelum ditetapkan sebagai aturan umum. Setelah terbukti kebenarannya barulah aturan tersebut dinyatakan sah dan dapat diterapkan pada persoalan-persoalan yang istimewa sekalipun. Dasar penalaran deduktif yang berperan besar dalam matematika adalah kebenaran suatu pernyataan haruslah didasarkan pada kebenaran pernyataan-pernyataan lain (sebelumnya).[24]

2. Kemampuan Penalaran matematis

Gardner, *et al* mengungkapkan bahwa penalaran matematis adalah kemampuan menganalisis, menggeneralisasi, mensintesis, mengintegrasikan, memberikan alasan yang tepat dan menyelesaikan masalah tidak rutin.[25]

Turmudi mengatakan bahwa kemampuan penalaran matematis merupakan suatu kebiasaan otak seperti halnya kebiasaan lain yang harus dikembangkan secara konsisten menggunakan berbagai macam konteks, mengenal penalaran dan pembuktian merupakan aspek-aspek fundamental dalam matematika.[26]

Menurut NCTM kemampuan bernalar berperan penting dalam memahami matematika. Bernalar secara matematis merupakan suatu kebiasaan berpikir, dan layaknya suatu kebiasaan, maka penalaran semestinya menjadi bagian yang

---

[23] *Ibid.*, hal.63

[24] Goenawan Rubyanto, *Matematika Untuk PGSD*…, hal.27

[25] Karunia Eka Lestari dan Mokhammad Ridwan Yudhanegara, *Penelitian Pendidikan Matematika*, (Bandung: PT Refika Arditama, 2015), hal.82

[26] Tina Sri Sumartini, *Peningkatan Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Melalui Pembelajaran Berbasis Masalah*, (Jurnal Pendidikan Matematika Volume 5, Nomor 1, ISSN 2086-4299), hal.2 diakses tanggal 16 Januari 2018

konsisten dalam setiap pengalaman-pengalaman matematis siswa.[27] Nathaniel mengungkapkan bahwa penalaran matematis yang diharapkan dari siswa adalah siswa mampu membuat keputusan tentang bagaimana cara mendekati permasalahan; menggunakan strategi, keterampian dan konsep dalam menemukan solusi; menentukan solusi lengkap dan urut dalam menyelesaikan masalah.[28]

Artzt dan Taloz-Femia merumuskan bahwa penalaran matematis merupakan bagian berpikir matematika yang meliputi membuat perumusan dan menarik kesimpulan sahih tentang gagasan-gagasan dan bagaimana gagasan tersebut saling terkait.[29]

Baroody mengungkapkan penalaran adalah suatu alat yang esensial untuk matematika dan kehidupan sehari-hari. Selanjutnya Baroody mengungkapkan ada empat alasan, mengapa penalaran penting untuk matematika dan kehidupan sehari-hari, yaitu: (1) *The reasoning needed to do mathematics*. Ini berarti penalaran memainkan peran penting dalam pengembangan dan aplikasi matematika. Misalnya dalam pembuktian-pembuktian geometri diperlukan penalaran deduktif. (2) *The need for reasoning in school mathematics.* Menurut NCTM salah satu tujuan utama dalam pembelajaran matematika adalah mengutamakan perkembangan daya matematis siswa. (3) *Reasoning involved in other content areas.* Ini berarti keterampilan-keterampilan penalaran dapat

---

[27] Cita Dwi Rosita, Kemampuan Penalaran Dan Komunikasi Matematis…, hal.39

[28] Rengga Mahendra, dkk, Profil Penalaran Siswa Kelas X SMA Dalam Menyelesaikan Masalah Persamaan Kuadrat Ditinjau Dari Kemampuan Awal Siswa, (Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan, 2016), hal 2 dalam https://www.jurnal.fkip.uns.ac.id/index.php/snmpm/article/view/10858 diakses tanggal 16 Januari 2018

[29] E. Elvis Napitupulu, Peran Penalaran Dalam Pemecahan Masalah Matematik, (Prosiding Semnas Matematika dan Pendidikan Matematika, 2008), hal. 170 dalam https://www.researchgate.net/publication/311322756_Peran_Pemecahan_dalam_Pemecahan_Masalah_Matematika diakses tanggal 3 Januari 2018

diterapkan pada ilmu-ilmu lain. (4) *Reasoning for everyday life*. Ini berarti penalaran suatu alat yang esensial untuk mengatasi masalah kehidupan sehari-hari.[30]

Melihat penalaran matematis yang memiliki peranan penting dalam proses berpikir, maka manfaat penalaran menurut Lehman adalah (1) memperluas keyakinan (*extending belief*), (2) menemukan kebenaran (*getting at the truth*), (3) meyakinkan (*peruading*), (4) menjelaskan (*eksplaining*).[31]

Penalaran dalam pembelajaran matematika dibutuhkan untuk menentukan apakah suatu argument matematika benar atau salah, selain itu juga dipakai untuk membangun suatu argument matematika. Dalam kegiatan pembelajaran disekolah yang diperlukan siswa melalui pelajaran matematika adalah menata nalar siswa. Jika penataan nalar siswa berjalan dengan baik maka dapat menumbuhkan kebiasaan menalar.

Ada beberapa indikator dalam penalaran matematis dalam dokumen Peraturan Dirjen Dikdasmen No. 56/C/2004 Depdiknas diantaranya:[32]

a. Menyajikan pernyataan matematika secara lisan, tertulis, gambar, diagram.
b. Mengajukan dugaan (conjecture).
c. Melakukan manipulasi matematika.

---

[30] Wiyanti Dan Leonard, Pengaruh Model Problem Based Learning (PBL) Terhadap Kemampuan Penalaran Matematis Siswa. (*Prosiding Diskusi Panel Nasional Pendidikan Matematika : Universitas Indraprasta PGRI, 2017, ISSN: 2581-0812*), hal 613 https://www.researchgate.net/publication/321824139 diakses tangal 18 Desember 2017

[31] Maya Gustiati, *Profil Kemampuan Bernalar Matematis Dalam Pemecahan Masalah Ditinjau Dari Kecerdasan Emosional Dan Gaya Belajar Siswa*, (Makasar: Tesis Program PascaSarjana Universitas Negeri Makasar, 2016), hal. 49 dalam https://eprints.unm.ac.id/4396/1/MAYAGUSTIATI.pdf diakses taggal 3 Januari 2018

[32] Fajar Shadiq, *Pembelajaran Matematika: Cara Meningkatkan …,* hal.51

d. Menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran solusi.
e. Menarik kesimpulan dari pernyataan.
f. Memeriksa kesahihan suatu argument.
g. Menentukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi.

Indikator kemampuan penalaran matematis menurut Sumarno yaitu:[33]

a. Menarik kesimpulan logis.
b. Memberikan penjelasan dengan model, fakta, sifat-sifat dan hubungan.
c. Memperkirakan jawaban dan proses solusi.
d. Menggunakan pola dan hubungan untuk menganalisis situasi atau membuat analogi dan generalisasi.
e. Menyusun dan menguji konjektur.
f. Membuat *counter example* (kontra contoh).
g. Mengikuti aturan inferensi dan memeriksa validitas argumen.
h. Menyusun argumen yang valid.
i. Menyusun pembuktian langsung, tidak langsung dan menggunakan induksi matematika.

Dalam penelitian, peneliti menggunakan beberapa indikator dari dokumen Peraturan Dirjen Dikdasmen No. 56/C/2004 Depdiknas dengan alasan karena menyesuaikan dengan instrumen penelitian, tahapan pada pemecahan masalah dan materi matematika yang digunakan. Adapun indikator penlaran matematis sebagai berikut:

---

[33] Karunia Eka Lestari dan Mokhammad Ridwan Yudhanegara, *Penelitian*…, hal.82

a. Mengajukan dugaan (conjecture).
b. Melakukan manipulasi matematika.
c. Menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran solusi.
d. Menarik kesimpulan dari pernyataan.
e. Memeriksa kesahihan suatu argumen.

C. Menyelesaikan Masalah Matematika

1. Hakikat Matematika

Matematika berasal dari perkataan latin *mathematica* yang mulanya diambil dari perkataan Yunani, *mathematike*, yang berarti "*relating to learning.*" Berdasarkan etimologis matematika berarti ilmu pengetahuan yang diperoleh dari bernalar. Hal ini dimaksudkan bukan berarti ilmu lain diperoleh tidak melalui penalaran, akan tetapi dalam matematika lebih menekankan aktivitas dalam dunia rasio (penalaran), sedangkan dalam ilmu lain lebih menekankan hasil observasi atau eksperimen di samping penalaran.[34]

Matematika merupakan bahasa yang melambangkan serangkaian makna dari pernyataan yang ingin kita sampaikan. Simbol-simbol matematika bersifat "artifisial" yang baru memiliki arti setelah sebuah makna diberikan kepadanya. Tanpa itu matematika hanya merupakan kumpulan simbol dan rumus yang kering akan makna.[35]

---

[34] Erman Suherman,et.all, *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*, (t.t.p.:JICA, t.t.) hal. 16

[35] Moch. Masykur dan Abdul halim Fathani, *Mathematical Intelligence: Cara Cerdas Melatih Otak dan Menanggulangi Kesulitan Belajar*, (Jogjakarta: Ar-Ruzz Media,2009), hal.47

Banyak definisi dan beragam deskripsi dari para ahli tentang hakikat matematika itu sendiri. Aristoteles mengemukakan bahwa matematika didasarkan atas kenyataan yang dialami, yaitu pengetahuan yang diperoleh dari eksperimen, observasi dan abstraksi. Matematika merupakan pemeriksaan aksioma yang menegaskan struktur abstrak menggunakan logika simbolik dan notasi matematika.[36]

Johnson dan Rising mengatakan bahwa matematika adalah pola berpikir, pola mengorganisasikan, pembuktian yang logic, matematika itu adalah bahasa yang menggunakan istilah yang didefinisikan dengan cermat, jelas dan akurat, representasinya dengan simbol dan padat, lebih berupa bahasa simbol mengenai ide daripada mengenai bunyi.[37]

Matematika mengenal struktur dan hubungan-hubungannya, serta simbul-simbul yang diperlukan. Simbul-simbul iti penting untuk membantu memanipulasi aturan-aturan dengan operasi yang ditetapkan. Simbulisasi menjamin adanya komunikasi dan mampu memberikan keterangan untuk membentuk suatu konsep baru. Konsep baru terbentuk karena adanya pemahaman terhadap konsep sebelumnya sehingga matematika itu konsepnya tersusun secara hirarkis.[38]

Berdasarkan definisi matematika diatas menggambarkan matematika memiliki definisi yang beragam berdasarkan sudut pandang dan latar belakang

---

[36] Abdul Halim Fathani, *Matematika: Hakikat & Logika,* (Jogjakarta: Ar-Ruzz Media, 2012), hal.21

[37] Erman Suherman,et.all, *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer…,* hal. 17

[38] Herman Hudoyo, *Strategi Mengajar Belajar Matematika*, (Malang: IKIP Malang,1998), hal. 3

orang yang mendefinisikannya. Meskipun sampai saat ini belum ada pendefinisian matematika secara khusus, namun matematika bisa diterima oleh semua pihak.

2. Masalah Matematika

Masalah merupakan pertanyaan atau soal yang harus dijawab atau direspon. Akan tetapi tidak semua pertanyaan secara langsung akan menjadi masalah. Suatu pertanyaan akan menjadi masalah hanya jika pertanyaan itu menunjukkan adanya suatu tantangan yang tidak dapat dipecahkan oleh suatu prosedur rutin yang sudah diketahui.

Suatu pertanyaan akan merupakan suatu masalah hanya jika seseorang tidak mempunyai aturan/hukum tertentu yang segera dapat dipergunakan untuk menemukan jawaban tersebut.[39] Suatu pertanyaan merupakan masalah bergantung kepada individu dan waktu. Suatu soal dapat dipandang sebagai masalah merupakan hal yang sangat relative. Suatu soal yang dinggap sebagai masalah bagi seseorang, bagi orang lain mungkin hanya merupakan hal yang rutin belaka.[40]

Menurut Polya terdapat dua macam masalah yaitu *pertama* untuk menemukan, dapat teoritis atau praktis, abstrak atau konkret, termasuk teka-teki. Kita harus mencari variabel masalah tersebut, kita mencoba untuk mendapatkan, menghasilkan atau mengkonstruksi semua jenis obyek yang dapat dipergunakan untuk menyelesaikan masalah itu. *Kedua* masalah untuk membuktikan adalah

---

[39] Herman Hudojo, *Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran Matematika*, (t.t.p: JICA, t.t), hal. 162

[40] Erman suherman, et.All., *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer…,* hal. 94

untuk menunjukkan bahwa suatu pernyataan itu benar atau salah-tidak kedua-duanya.[41]

Ditinjau dari bentuk rumusan masalah dan teknik pengerjaannya, masalah dibedakan menjadi empat macam yaitu sebagai berikut:[42]

a. Masalah translasi, yaitu masalah dalam kehidupan sehari-hari yang dituangkan dalam bentuk verbal berkaitan dengan matematika. Masalah translasi ini dalam bentuk soal cerita yang harus dirumuskan dalam kalimat matematika.

b. Masalah proses, yaitu masalah yang pengerjaannya diarahkan untuk menyusun langkah-langkah agar dirumuskan pola dan strategi khusus pemecahan masalah.

c. Masalah teka-teki (menebak), yaitu masalah yang mengarah pada kegiatan matematika rekreasi dan membngkitkan kesenangan, sehingga tercipta penanaman sikap positif (afektif) terhadap matematika.

d. Masalah aplikasi merupakan masalah yang memberi kesempatan kepada siswa untuk menyelesaikan masalah dengan menggunakan berbagai keterampilan dan prosedur matematika. Sehingga dengan menyelesaikan masalah semacam itu siswa dapat menyadari kegunaan matematika dalam kehidupan sehari-hari.

Adapun syarat suatu masalah bagi seorang siswa adalah sebagai berikut[43]:

a. Pertanyaan yang dihadapkan kepada siswa haruslah dapat dimengerti oleh siswa tersebut, namun pertanyaan itu harus merupakan tantangan baginya untuk menjawabnya.

---

[41] Herman Hudojo, *Pengembangan Kurikulum Dan Pembelajaran Matematika*…, hal.164
[42] Endang Setyo Winarni dan Sri Harmini, *Matematika untuk PGSD*..., hlm.117-118
[43] Herman Hudojo, *Pengembangan Kurikulum Dan Pembelajaran Matematika*…, hal 163

b. Pertanyaan tersebut tidak dapat dijawab dengan prosedur rutin yang telah diketahui siswa.

3. Pemecahan Masalah Matematika

Pemecahan masalah adalah proses berpikir untuk menentukan apa yang harus dilakukan ketika kita tidak tahu apa yang harus kita lakukan.[44] Pemecahan masalah, secara sederhana merupakan proses penerimaan masalah sebagai tantangan untuk menyelesaikan masalah tersebut.[45] Pemecahan masalah merupakan bagian dari kurikulum matematika yang sangat penting karena dalam proses pembelajaran maupun penyelesaian, siswa dimungkinkan memperoleh pengalaman menggunakan pengetahuan serta keterampilan yang sudah dimiliki.[46]

Pemecahan masalah bukan perbuatan yang sederhana, akan tetapi lebih kompleks daripada yang di duga. Pemecahan masalah memerlukan keterampilan berpikir yang banyak ragamnya, termasuk mengamati, melaporkan, mendeskripsi, menganalisis, mengklasifikasi, menafsir, mengkritik, meramalkan, menari kesimpulan dan membuat generalisasi berdasarkan informasi yang dikumpulkan dan diolah.[47]

Pemecahan masalah dapat dipandang sebagai manipulasi informasi secara sistematik, langkah demi langkah, dengan mengolah informasi yang diperoleh melalui pengamatan untuk mencapai suatu hasil pemikiran sebagai respon terhadap problema yang dihadapi. Untuk memecahkan masalah kita harus

---

[44] Fajar Shadiq, *Pembelajaran Matematika: Cara Meningkatkan …,* hal.105
[45] Herman Hudojo, *Pengembangan Kurikulum Dan Pembelajaran…*, hal.165
[46] Erman suherman, et.All., *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer…,* hal. 89
[47] Nasution, Kurikulum dan Pengajaran. (Jakarta: PT Bumi Aksara, 1999), hal. 117

melokasi informasi, menampilkannya dari ingatan lalu memprosesnya dengan maksud untuk mencari hubungan, pola, atau pilihan baru. Memecahkan masalah adalah mengambil keputusan secara rasional.[48]

Solusi soal pemecahan masalah memuat empat langkah fase penyelesaian menurut Polya yaitu memahami masalah, merencanakan penyelesaian, menyelesaikan masalah sesuai rencana, dan melakukan pengecekan kembali terhadap semua langkah yang telah dikerjakan.[49]

Langkah-langkah sistematik untuk menyelesaikan masalah adalah sebagai berikut:

1. Memami masalah, yang harus kita lakukan adalah: (a) bacalah dan bacalah ulang masalah tersebut. Pahami kata demi kata, kalimat demi kalimat; (b) identifikasi apa yang diketahui dari masalah tersebut; (c) identifikasi apa yang hendak dicari; (d) abaikan hal-hal yang tidak relevan dengan permasalahan.[50]

Para siswa harus dapat menentukan dengan jeli apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan. Di samping mengetahui dan memahami yang diketahui, siswa dituntut juga untuk mengetahui yang ditanyakan, yang akan menjadi arah pemecah masalahanya.[51]

2. Merencanakan penyelesaian. Di dalam merencanakan penyelesaian masalah seringkali diperlukan kreativitas. Sejumlah strategi dapat membantu kita untuk merumuskan suatu rencana penyelesaian suatu masalah. Wheeler mengemukakan strategi penyelesaian masalah antara lain sebagai berikut: (a) membuat suatu

---

[48] *Ibid.*, hal 117
[49] Erman suherman, et.All., *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer…,* hal. 91
[50] Herman Hudojo, *Pengembangan Kurikulum Dan Pembelajaran…*, hal.177
[51] Fajar Shadiq, *Pembelajaran Matematika: Cara Meningkatkan …,* hal.105

tabel, (b) membuat suatu gambar, (c) menduga, mengetes, dan memperbaiki, (d) mencari pola, (e) menyatakan kembali permasalahan, (f) menggunakan penalaran, (g) menggunakan variabel, (h) menggunakan persamaan, (i) mencoba menyederhanakan permasalahan, (j) menghilangkan situasi yang tidak mungkin, (k) bekerja mundur, (l) menyusun model, (m) menggunakan algoritma, (n) menggunakan penalaran tidak langsung, (o) menggunakan sifat-sifat bilangan, (p) menggunakan kasus atau membagi menjadi bagian-bagian, (q) memvalidasi semua kemungkinan, (r) menggunakan rumus, (s) menyelesaikan masalah yang ekuivalen, (t) menggunakan simetri, dan (u) menggunakan informasi yang diketahui untuk mengembangkan informasi baru.[52]

3. Menyelesaikan masalah sesuai rencana. Pada langkah ini biasanya setelah membuat rencana penyelesaian, laangsung menyelesaikan dengan rencana yang sudah dibuat.

4. Melakukan pengecekan kembali terhadap semua langkah yang telah dikerjakan. Pada langkah ini untuk melihat apakah penyelesaian yang kita peroleh sudah sesuai dengan ketentuan yang diketahui dan tidak terjadi kontradiksi merupakan langkah terakhir yang penting

Berdasarkan uraian diatas dapat disimpulkan bahwa pemecahan masalah merupakan suatu proses yang dilakukan oleh seseorang untuk menemukan jawaban dari suatu permasalahan yang telah diperoleh.

---

[52] Herman Hudojo, *Pengembangan Kurikulum Dan Pembelajaran…*, hal.178

D. Materi Aritmatika Sosial

Berikut materi yang digunakan dalam penelitian ini:[53]

1. Harga pembelian, harga penjualan, untung dan rugi
   a. Jika harga beli < harga jual, maka pedagang akan memperoleh untung sebesar harga jual - harga beli.
   b. Jika harga beli = harga jual, maka pedagang tidak memperoleh untung maupun rugi, yang biasa dikenal dengan istilah impas, yaitu harga jual - harga beli = 0
   c. Jika harga beli > harga jual, maka pedagang akan mengalami rugi sebesar harga beli – harga jual.

   Misalkan harga beli = B, harga jual = J, untung dalam rupiah = U dan rugi dalam rupiah = R maka,

   a. Kondisi B < J, berlaku :

      U = J – B, J = B + U, B = J – U

   b. Kondisi B > J, berlaku :

      R = B – J, B = J + R, J = B – R

2. Prosentase Untung, Rugi dan Diskon (rabat)
   a. Penentuan prosentase untung dan rugi selalu dihitung dari harga beli kecuali dalam keadaan tertentu (ada keterangan lain). Berikut cara mencari prosentase keuntungan dan kerugian.

      Prosentase untung dari harga beli = $\frac{keuntungan}{harga\ beli}\ x\ 100\%$

      Prosentase rugi dari harga beli = $\frac{kerugian}{harga\ beli}\ x\ 100\%$

[53] Sukino, *Kafe Three in One Matematika Jilid 7*, (Jakarta: Erlangga, 2012), hal. 289-302

Misalkan untung = U, rugi = R, harga beli = B, dan harga jual = J.

1) Dalam kondisi untung (J > B) :

%U = $\frac{J-B}{B}\ x\ 100\%$, J = $B + (\frac{B\ x\ \%U}{100\%})$, B = $\frac{100\%\ x\ J}{100\%+\%U}$

2) Dalam kondisi rugi (J < B) :

%R = $\frac{B-J}{B}\ x\ 100\%$, J = $B - (\frac{B\ x\ \%R}{100\%})$, B = $\frac{100\%\ x\ J}{100\%-\%R}$

b. Diskon atau rabat merupakan potongan harga jual suatu barang dalam sebuah transaksi jual beli. Rabat dapat muncul dalam bentuk persen maupun nilai uang. Dalam hal ini berarti

Harga bersih = harga awal – diskon (rabat)

E. Penelitian Terdahulu

Penelitian yang terdahulu adalah hasil penelitian yang telah teruji kebenarannya. Peneliti dapat menggunakan penelitian terdahulu sebagai pedoman dan pembanding untuk penelitiannya. Penelitian terdahulu yang dijaikan peneliti sebagai acuan diantaranya:

1. Penelitian Ulul Azmi dengan judul "*Profil Kemampuan Penalaran Matematika Dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Ditinjau Dari Kemampuan Matematika Pada Materi Persamaan Garis Lurus Kelas VIII SMP YPM 4 Bohar Sidoarjo*"

Dalam penelitian ini diperoleh kesimpulan bahwa a) Siswa kelompok tinggi tergolong cukup dalam kemampuan melakukan manipulasi matematika, tergolong baik dalam kemampuan menarik kesimpulan dari pernyataan, tergolong baik

dalam kemampuan memberikan alasan atau bukti terhadap satu atau beberapa solusi, dan tergolong baik dalam kemampuan memeriksa kesahihan suatu argumen. b) Siswa kelompok sedang tergolong cukup dalam kemampuan melakukan manipulasi matematika, tergolong baik dalam kemampuan menarik kesimpulan dari pernyataan, tergolong baik dalam kemampuan memberikan alasan atau bukti terhadap satu atau beberapa solusi, dan tergolong baik dalam kemampuan memeriksa kesahihan suatu argumen. c) Siswa kelompok rendah tergolong kurang dalam kemampuan melakukan manipulasi matematika, tergolong baik dalam kemampuan menarik kesimpulan dari pernyataan, tergolong kurang dalam kemampuan memberikan alasan atau bukti terhadap satu atau beberapa solusi, dan tergolong baik dalam kemampuan memeriksa kesahihan suatu argumen.

Tabel 2.2 Perbedaan dan persamaan penelitian terdahulu dan penelitian sekarang

	Penelitian Terdahulu	**Penelitian Sekarang**
Perbedaan	Profil kemampuan penalaran matematika dalam menyelesaikan masalah matematika ditinjau kemampuan matematika	Analisis kemampuan penalaran matematis siswa dalam menyelesaikan masalah matematika
	Subjek siswa kelas VIII di SMP YPM 4 Bohar Sidoarjo	Subjek siswa kelas VII di MTs Negeri 6 Tulungagung
	Menyelesaikan masalah matematika materi persamaan garis lurus	Menyelesaikan masalah matematika materi aritmatika sosial
Persamaan	Menganalisis kemampuan penalaran matematis dalam menyelesaikan masalah matematika	Menganalisis kemampuan penalaran matematis dalam menyelesaikan masalah matematika

2. Penelitian dari Maris Fitriana dengan judul "*Analisis Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Dengan Strategi Working Backward (2016)*"

Dalam penelitian ini diperoleh kesimpulan bahwa kemampuan penalaran matematis siswa dengan strategi working backward tergolong baik dan semua indikator sudah memenuhi komponen sratategi working backward. Jadi, kemampuan penalaran matematis dari kedua siswa adalah baik. Baik di sini maksudnya kedua siswa mendapatkan skor penalaran matematis sejumlah 6 yaitu kategori baik.

Tabel 2.3 Perbedaan dan persamaan penelitian terdahulu dan penelitian sekarang

	Penelitian Terdahulu	**Penelitian Sekarang**
Perbedaan	Analisis Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Dengan Strategi Working Backward	Analisis kemampuan penalaran matematis siswa dalam menyelesaikan masalah matematika
	Subjek siswa kelas VIII di SMP Negeri 1 Sidoarjo	Subjek siswa kelas VII di MTs Negeri 6 Tulungagung
	Menyelesaikan soal sistem persamaan linier dua variabel	Menyelesaikan masalah matematika materi aritmatika sosial
Persamaan	Menganalisis penalaran matematis dalam menyelesaikan masalah matematika	Menganalisis kemampuan penalaran matematis dalam menyelesaikan masalah matematika

3. Penelitian dari Anisatul Hidayati dengan judul "*Proses Penalaran Matematis Siswa Dalam Memecahkan Masalah Matematika Pada Materi Pokok Dimensi Tiga Berdasarkan Kemampuan Siswa Di SMA Negeri 5 Kediri."*

Dalam penelitian ini diperoleh kesimpulan bahwa a) Subjek dengan kemampuan matematika rendah (SR) menunjukkan proses penalaran

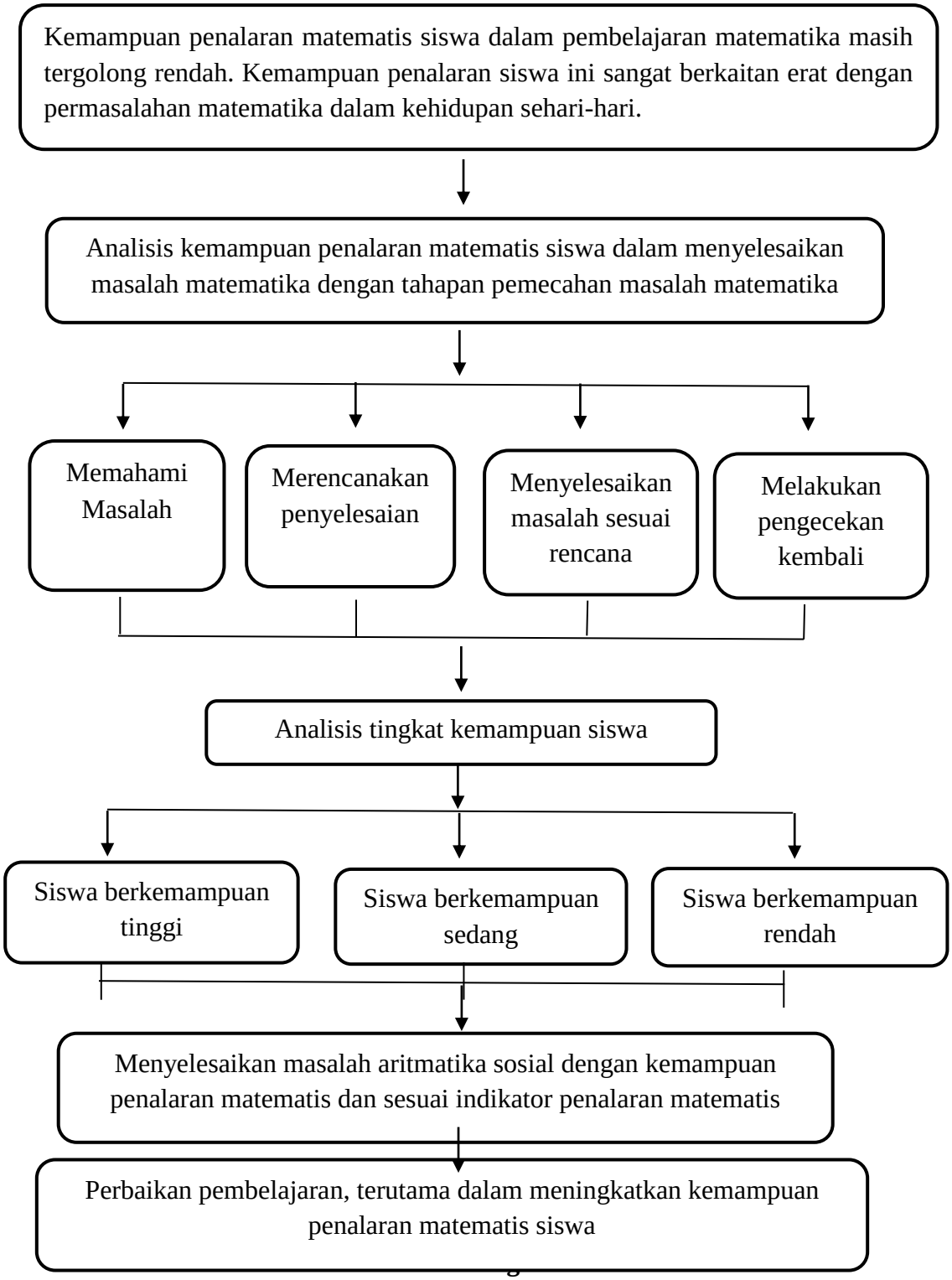
matematisnya dalam memecahkan masalah kecuali pada tahap membuat rencana pemecahan masalah dan tahap melaksanakan rencana pemecahan masalah. b) Subjek dengan kemampuan matematika sedang (SS) menunjukkan proses penalaran matematisnya pada setiap tahap memecahkan masalah kecuali tahap melaksanakan rencana pemecahan masalah. c) Subjek dengan kemampuan matematika tinggi (ST) menunjukkan proses penalaran matematisnyapada setiap tahap memecahkan masalah.

Tabel 2.4 Perbedaan dan persamaan penelitian terdahulu dan penelitian sekarang

	Penelitian Terdahulu	**Penelitian Sekarang**
Perbedaan	Proses penalaran matematis siswa dalam memecahkan masalah matematika berdasarkan kemampuan siswa	Analisis kemampuan penalaran matematis siswa dalam menyelesaikan masalah matematika
	Subjek siswa kelas X di SMA Negeri 5 Kediri	Subjek siswa kelas VII di MTs Negeri 6 Tulungagung
	Memecahkan masalah matematika	Menyelesaikan masalah matematika materi aritmatika sosial
Persamaan	Menganalisis penalaran siswa siswa	Menganalisis penalaran matematis siswa

F. Paradigma Penelitian

Dalam pembelajaran diperlukan adanya proses berfikir pada siswa. Setiap siswa memiliki kemampuan yang berbeda-beda sesuai dengan tingkat pengetahuan yang dimiliki termasuk kemampuan dalam bernalar. Peneliti ingin mendiskripsikan kemampuan penalaran matematis siswa yang berkemampuan tinggi, berkemampuan sedang dan berkemampuan rendah.



Kemampuan penalaran matematis siswa dalam pembelajaran matematika masih tergolong rendah. Kemampuan penalaran matematis siswa berkaitan erat

dengan permasalahan matematika di dalam kehidupan sehari-hari. Siswa membutuhkan kemampuan penalaran matematis dalam menyelesaikan masalah ataupun memecahkan masalah. Tahapan memecahkan masalah meliputi kemampuan memahami masalah, merencanakan penyelesaian, menyelesaikan masalah sesuai rencana, dan melakukan pengecekan kembali. Permasalahan matematika di dalam kehidupan sehari-hari salah satunya terdapat pada materi aritmatika sosial dimana terdapat banyak soal yang berbentuk memecahkan masalah yang berkaitan dengan kehidupan sehari-hari.

Dalam suatu kelas, tentunya tingkat kemampuan siswa bersifat berbeda-beda. Sehingga perlu dilakukan analisis tingkat kemampuan siswa yaitu siswa dengan berkemampuan tinggi, siswa yang berkemampuan sedang, dan siswa yang berkemampuan rendah. Kemudian peneliti akan menganalisis kemampuan penalaran matematis siswa dalam menyelesaikan masalah matematika dan mendapatkan hasil berupa deskripsi kemampuan penalaran matematis siswa dalam menyelesaikan masalah matematika pada materi aritmatika sosial.

Peneliti berharap dari penelitian ini dapat memberikan gambaran kemampuan penalaran matematis siswa dalam menyelesaikan masalah matematika perlu dikembangkan. Guru juga dapat mengupayakan perbaikan dalam pembelajaran sehingga tujuan dari pembelajaran matematika bisa tercapai sepenuhnya.