# BAB II

# KAJIAN PUSTAKA

## A. Hakikat Matematika

Istilah matematika berasal dari kata Yunani "*mathein*" atau "*manthenein*", yang artinya mempelajari. Mungkin juga, kata tersebut erat hubungannya dengan kata Sanskerta "*medha*" atau "*widya*" yang artinya kepandaian.[28] Menurut Hudojo bahwa matematika merupaka ide-ide abstrak yang diberi simbol-simbol itu tersusun secara hirarkis dan penalarannya deduktif, sehingga belajar matematika itu merupakan kegiatan mental yang tinggi.[29] Sedangkan menurut James Fitch dalam Eves and Newsom yang dikutip Suyitno menyatakan:

> "Matematika merupakan kumpulan dari teori-teori yang bersifat deduktif hipotesis, setiap teori merupakan sebuah sistem tertentu dari pengertian pangkal yang tak diterangkan, simbol-simbol dan titik tolak berpikir yang tak dibuktikan, tetapi ajeg (aksioma dan postulat) dan teorema yang dapat diturunkan secara logis yang semata-mata mengikuti proses-proses deduktif".[30]

Menurut Soejadi ada beberapa karakteristik dari matematika yaitu 1) memiliki objek kajian yang abstrak, 2) Bertumpu pada kesepakatan, 3) Berpola pikir deduktif, 4) Konsisten dalam sistem, 5) Memiliki simbol yang kosong dari arti, dan 6) memperhatikan semesta pembicaraan.[31] Banyak sekali definisi tentang

---

[28] Moch. Maskur dan Abdul Halim Fathani, *Mathematical Intelligence*…, hal. 42

[29] Hasratuddin, "Pembelajaran Matematika Sekarang dan yang akan Datang Berbasis Karakter", Jurnal Didaktik Matematika Vol. 1, No. 2, September 2014, hal. 30

[30] Hardi Suyitno, *Pengenalan Filsafat Matematika*, (Semarang: FMIPA UNS, 2014), hal. 15

[31] Yuhasriati, "Pendekatan Realistik dalam Pembelajaran Matematika", Jurnal Peluang, Vo. 1, No. 1, Oktober 2012, hal. 82

matematika, berikut beberapa definisi yang berkaitan dengan matematika, diantaranya: [32]

1. Matematika adalah ilmu tentang bilangan dan ruang.
2. matematika adalah ilmu tentang besaran (kuantitas).
3. Matematika adalah ilmu tentang hubungan (relasi).
4. Matematika adalah ilmu tentang bentuk (abstrak).
5. Matematika adalah ilmu yang bersifat deduktif.
6. Matematika adalah ilmu tentang struktur-struktur yang logik.

Dari beberapa pengertian di atas, maka dapat disimpulkan bahwa matematika adalah ilmu yang kajiannya abstrak seperti bilangan, dan cara peneyelesaiannya menggunakan pendekatan deduktif serta ilmu yang terstruktur secara logis.

## B. Berpikir Reflektif

1. Pengertian Berpikir

Berpikir berasal dari kata dasar "pikir" yang artinya akal budi, ingatan, dan angan-angan. Sehingga memiliki arti menggunakan akal budi untuk mempertimbangkan dan memutuskan sesuatu, menimbang-nimbang dalam ingatan. Menurut Gilmer, berpikir merupakan suatu pemecahan masalah dan proses penggunaan gagasan atau lambang-lambang pengganti suatu aktivitas yang tampak secara fisik. Selain itu, Gilmer juga mendefinisikan berpikir merupakan suatu

[32] Muniri, "Kontribusi Matematika dalam Konteks Fikih", Jurnal TA'ALLUM, Vol. 04, No. 2, November 2016, hal. 197

proses dari penyajian suatu peristiwa internal dan eksternal, kepemilikan masa lalu, masa sekarang, dan masa depan yang satu sama lain saling berinteraksi.[33]

Menurut Galotti berpikir didefinisikan sebagai tindakan yang melebihi informasi yang diberikan. Sedangkan menurut Suriasumantri bahwa berpikir adalah suatu kegiatan untuk menemukan pengetahuan yang benar.[34] Berpikir dapat didefinisikan juga sebagai suatu keadaan berlangsung terus mencari ide-de serta inovasi, dan kaidah yang ditujukan untuk memberikan solusi masalah yang ada. Berpikir bisa dimaknai dengan bertanya pada objek sesuatu, sebab saat manusia berpikir berada pada otak manusia adalah muncul pemikiran-pemikiran hipotesa seperti: apa, mengapa, kenapa, bagaimana, dan dimana.[35]

Berdasarkan pengertian diatas dapat ditarik kesimpulan bahwa berpikir adalah kegiatan individu dalam menyelesaikan suatu permasalahan yang sedang dihadapi.

2. Berpikir Reflektif

Chee menyatakan bahwa pemikiran reflektif adalah kesadaran tentang apa yang diketahui dan apa yang dibutuhkan, hal ini sangat penting untuk menjembatani kesenjangan situasi belajar. Hal ini sependapat dengan Gurol bahwa berpikir reflektif sebagai proses kegiatan terarah dan tepat dimana individu menyadari untuk

---

[33] Wowo Sunaryo Kuswana, *Taksonomi Berpikir*, (Bandung: PT Remaja Rosda Karya, 2011), hal. 1-2

[34] Maya Kusumaningrum, Abdul Aziz Saefudin, "Mengoptimalkan Kemampuan Berpikir Matematika Melalui Pemecahan Masalah Matematika"…, hal. 573

[35] Syamsul Huda Rohmadi, "Pengembangan Berpikir Kritis (*Critical Thinking*) dalam Al Quran: Perspektif Psikologi Pendidikan", Jurnal Psikologi Islam, Vol. 5, No. 1, Juni 2018, hal. 28-29

diikuti, menganalisis, mengevaluasi, memotivasi, mendapatkan makna yang mendalam, menggunakan strategi pembelajaran yang tepat.[36]

Sedangkan menurut pendapat Dewey bahwa pendidikan merupakan proses sosial dimana anggota masyarakat yang belum matang (terutama anak-anak) diajak ikut berpartisipasi dalam masyarakat. Tujuan pendidikan adalah memberikan kontribusi dalam perkembangan pribadi dan sosial seseorang melalui pengalaman dan pemecahan masalah yang berlangsung secara reflektif (*reflective thinking*).[37] Dewey juga mengemukakan bahwa berpikir reflektif merupakan pertimbangan yang cermat secara terus menerus dan aktif dari suatu keyakinan atau suatu bentuk pengetahuan mengingat alasan-alasan yang mendukungnya dan membuat kesimpulan-kesimpulan lebih lanjut sesuai kecenderungannya.[38]

Berdasarkan pengertian di atas, dapat disimpulkan bahwa berpikir reflektif adalah berpikir untuk menyelesaikan suatu permasalahan dengan menggunakan pengetahuan yang relevan yang pernah didapat.

Menurut Hamilton, Boody, dan Schon menjelaskan bahwa karakteristik dari berpikir reflektif sebagai berikut: [39]

a. Refleksi sebagai analisis retrospektif atau mengingat kembali. Dimana pendekatan ini siswa maupun guru merefleksikan pemikirannya untuk

---

[36] Jaenudin, Hepsi Nindiasari, dan Aan Subhan Pamungkas, "Analisis Kemampuan Berpikir Reflektif Matematis Siswa Ditinjau Dari Gaya Belajar", Prima: Jurnal Pendidikan Matematika, Vol. 1, No. 1, Juli 2017, hal. 71

[37] Maya Kusumaningrum, Abdul Aziz Saefudin, "Mengoptimalkan Kemampuan Berpikir Matematika Melalui Pemecahan Masalah Matematika"…, hal. 575

[38] Nurma Angkotasan, "Model PBL dan *Cooperative Learning* Tipe *TAI* Ditinjau dari Aspek Kemampuan Berpikir Reflektif dan Pemecahan Masalah Matematis"…, hal. 93

[39] Anwar dan Sofiyan, "Teoritik Tentang Berpikir Reflektif Siswa dalam Pengajuan Masalah Matematis", Jurnal Numeracy, Vol. 5, No1, April 2018, hal. 94-95

menggabungkan dari pengalaman sebelumnya dan bagaimana dari pengalaman tersebut berpengaruh dalam prakteknya.

b. Refleksi sebagai proses pemecahan masalah. Diperlukannya mengambil langkah-langkah untuk menganalisis dan menjelaskan masalah sebelum mengambil tindakan.

c. Refleksi kritis pada diri. Refleksi kritis dapat dianggap sebagai proses analisis, mempertimbangkan kembali dan mempertanyakan pengalaman dalam konteks yang luas dari suatu permasalahan.

d. Refleksi pada keyakinan dan keberhasilan diri. Keyakinan lebih efektif dibandingkan dengan pengetahuan dalam mempengaruhi seseorang pada saat menyelesaikan tugas maupun masalah. Selain itu, keberhasilan merupakan peran yang sangat penting dalam menentukan praktik dari kemampuan berpikir reflektif.

Dalam berpikir reflektif terdapat tiga fase menurut Surbeck, Han, dan Moyer yaitu: [40]

a. *Reacting*: bereaksi dengan perhatian pribadi terhadap peristiwa/situasi/masalah.

b. *Elaborating* atau *Comparing*: membandingkan reaksi dengan pengalaman yang lain, seperti mengacu pada suatu prinsip umum, suatu teori.

c. *Contemplating*: mengutamakan pengertian pribadi yang mendalam yang bersifat membangun terhadap permasalahan atau berbagai kesulitan.

---

[40] Sri Hastuti Noer, "*Problem-Based Learning* dan Kemampuan Berpikir Reflektif dalam Pembelajaran Matematika", disampaikan dalam Semnas Matematika dan Pendidikan Matematika 2008 FKIP Universitas Lampung, hal. 275

## C. Masalah dan Pemecahan Masalah Matematika

1. Masalah Matematika

Menurut Hudojo bahwa suatu soal merupakan masalah jika seseorang tidak mempunyai aturan/hukum tertentu yang segera dapat dipergunakan untuk menemukan jawaban soal tersebut.[41] Sedangkan menurut Newell dan Simon bahwa masalah adalah situasi yang mendorong seseorang untuk menyelesaikannya tetapi dia memerlukan sesuatu dan tidak mengetahui secara langsung tindakan yang akan dilakukan untuk mencapainya.[42] Menurut Sugiman, dkk. menyatakan bahwa tidak semua tugas, pekerjaan atau soal yang diberikan kepada siswa dianggap sebagai suatu masalah.[43] Hal ini sejalan dengan Dhurori, A dan Markaban menyatakan bahwa suatu pertanyaan akan menjadi masalah hanya jika pertanyaan itu menunjukkan adanya suatu tantangan (*challenge*) yang tidak dapat dipecahkan oleh suatu prosedur rutin (*routine procedure*) yang sudah diketahui oleh pemecah masalah.[44]

Adapun syarat yang harus dimiliki dalam masalah matematika, seperti yang diungkapkan Meiring, yaitu: [45]

a. Situasi harus memuat pernyataan awal dan tujuan,
b. Situasi harus memuat ide – ide matematika,
c. Menarik seseorang untuk mencari selesaiannya, dan harus memuat penghalang/rintangan antara yang diketahui dan yang diinginkan.

---

[41] Dewi Asmarani dan Ummu Sholihah, *Metakognisi Mahasiswa Tadris*..., hal. 15
[42] *Ibid*, hal. 16
[43] Aep Sunendar, "Pembelajaran Matematika dengan Pemecahan Masalah", Jurnal THEOREMS (*The Original Research of Mathematics*) Vol. 2 No. 1, Juli 2017, hal. 87
[44] *Ibid*, hal. 87
[45] Dewi Asmarani dan Ummu Sholihah, *Metakognisi Mahasiswa Tadris*..., hal. 17

Ciri-ciri suatu soal matematika bisa disebut masalah harus memuat: [46]

a. Soal tersebut menantang pikiran (*challenging*).

b. Soal tersebut tidak otomatis diketahui cara penyelesaiannya.

Berdasarkan pengertian diatas dapat ditarik kesimpulan bahwa masalah matematika adalah suatu situasi yang harus diselesaikan dan merupakan hal baru sehingga tidak bisa diselesaikan secara langsung.

2. Pemecahan Masalah Matematika

Menurut Nakin yang dikutip oleh Dewi dan Ummu bahwa:

> "Pemecahan masalah adalah proses yang melibatkan penggunaan langkah-langkah tertentu (heuristik) yang sering disebut model atau langkah-langkah pemecahan masalah. Heuristik merupakan pedoman atau langkah-langkah umum yang digunakan dalam memandu pemecahan masalah, namun langkah-langkah ini tidak menjamin kesuksesan individu dalam pemecahan masalah".[47]

Sedangkan menurut Bailey, pemecahan masalah merupakan suatu kegiatan yang kompleks dan tingkat tinggi dari proses mental seseorang. Pemecahan masalah didefinisikan sebagai kombinasi dari gagasan baru yang mementingkan penalaran sebagai dasar pengkombinasian gagasan dan mengarahkan kepada penyelesaian masalah.[48] Hal ini sejalan dengan Robert L. Solso bahwa pemecahan masalah adalah suatu pemikiran terarah secara langsung untuk menemukan solusi atau jalan keluar untuk suatu masalah yang spesifik.[49]

---

[46] Ayu Yarmayanis, "Analisis Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa Kelas XI MIPA SMA Negeri 1 Kota Jambi", Jurnal Ilmiah DIKDAYA, hal. 15

[47] Dewi Asmarani dan Ummu Sholihah, *Metakognisi Mahasiswa Tadris*…, hal. 18

[48] *Ibid*, hal. 18

[49] Siti Mawaddah dan Hana Anisah, "Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa pada Pembelajaran Matematika dengan Menggunakan Model Pembelajaran Generatif (*Generative Learning*) di SMP", EDU-MAT Jurnal Pendidikan Matematika, Volume 3, Nomor 2, Oktober 2015, hal. 167

Menurut Kesumawati menyatakan bahwa pemecahan masalah matematis adalah kemampuan megidentifikasi unsur-unsur yang diketahui, ditanyakan, dan kecukupan unsur yang diperlukan, mampu membuat atau menyusun model matematika, dapat memilih dan mengembangkan strategi pemecahan, mampu menjelaskan dan memeriksa kebenaran jawaban yang diperoleh.[50] Menurut Charles dan O'Daffer tujuan diajarkan penyelesaian masalah dalam pembelajaran matematika adalah untuk: [51]

a. Mengembangkan keterampilan berpikir siswa.
b. Mengembangkan kemampuan menyeleksi dan menggunakan strategi-strategi penyelesaian masalah.
c. Mengembangkan sikap dan keyakinan dalam menyelesaikan masalah.
d. Mengembangkan kemampuan siswa menggunakan pengetahuan yang saling berhubungan.
e. Mengembangkan kemampuan siswa untuk memonitor dan mengevaluasi pemikirannya sendiri dan hasil pekerjaannya selama menyelesaikan masalah.
f. Mengembangkan kemampuan siswa menyelesaikan masalah dalam suasana pembelajaran yang bersifat kooperatif.
g. Mengembangkan kemampuan siswa menemukan jawaban yang benar pada masalah-masalah yang bervariasi.

---

[50] *Ibid*, hal. 167

[51] Elvira Riska Harahap dan Edy Surya," Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa Kelas VII dalam Menyelesaikan Persamaan Linear Satu Variabel "…, hal. 44

Dalam penyelesaian masalah dalam matematika ada tahapan yang harus dilalui. Tahapan yang sering digunakan adalah cara menyelesaikan masalah dengan langkah-langkah Polya. Berikut tahap-tahap yang harus dilakukan, yaitu: [52]

a. Memahami masalah.

b. Membuat perencanaan dalam menyelesaikan masalah tersebut.

c. Melaksanakan rencana yang dibuat

d. Mengevaluasi hasil yang diperoleh.

Berdasarkan pengertian tersebut dapat ditarik kesimpulan bahwa pemecahan masalah matematika adalah cara atau strategi untuk menyelesaikan masalah matematika sampai menemukan kebenaran dalam jawaban yang telah diselesaikan.

## D. Berpikir Reflektif dalam Menyelesaikan Masalah Matematika

Dalam penelitian menggunakan tingkatan berpikir reflektif Surbeck, Han, dan Moyer yaitu fase *reacting*, fase *comparing*, dan fase *contemplating*. Adapaun indikator dalam berpikir reflektif yang dijabarkan dalam tabel berikut:[53]

**Tabel 2.1**
Indikator Berpikir Reflektif dalam Menyelesaikan Masalah Matematika

| Fase | Keterangan |
|---|---|
| *Reacting* (berpikir reflektif untuk aksi) | Pada fase ini kegiatan yang harus dilakukan oleh siswa adalah:<br>a. Menyebutkan hal yang diketahui dalam masalah.<br>b. Menyebutkan hal yang ditanyakan dalam masalah.<br>c. Menyebutkan hubungan antara yang diketahui dengan yang ditanya |

[52] Dewi Asmarani dan Ummu Sholihah, *Metakognisi Mahasiswa Tadris*..., hal. 19

[53] Yola Ariestyan, dkk., "Proses Berpikir Reflektif Siswa dalam Menyelesaikan Soal Matematika Materi Sistem Persamaan Linear Dua Variabel", Kadikma, Vol. 7, No. 1, April 2016, hal. 99

| | |
|---|---|
| | d. Dapat menjelaskan bahwa hal yang diketahui sudah cukup untuk menjawab masalah yang ditanyakan<br>e. Menyebutkan metode yang akan digunakan untuk meyelesaikan masalah. |
| *Comparing* (berpikir reflektif untuk evaluasi) | Pada fase ini siswa melakukan kegiatan diantaranya:<br>a. Menjelaskan jawaban yang diperoleh dari hasil pengerjaan.<br>b. Menghubungkan masalah yang ditanyakan dengan masalah yang pernah dihadapi.<br>c. Mengkaitkan masalah yang ditanyakan dengan masalah yang pernah dihadapi |
| *Contemplating* (berpikir reflektif untuk inkuiri kritis) | Pada fase ini siswa melakukan kegiatan sebagai berikut:<br>a. Menentukan maksud dari permasalahan.<br>b. Mendeteksi kebenaran pada penentuan jawaban<br>c. Mendeteksi kesalahan jika terjadi dalam penentuan jawaban.<br>d. Mampu memperbaiki dan menjelaskan jawaban jika terjadi kesalahan.<br>e. Membuat kesimpulan dengan tepat. |

Sehingga berdasarkan tabel diatas diperoleh tingkatan berpikir reflektif sebagai berikut:[54]

1. F1: kurang reflektif

   Pada fase ini siswa dikatakan kurang reflektif karena hanya melalui fase *reacting,* yaitu bisa melakukan pemahaman terhadap masalah yang dihadapi seperti menyebutkan hal yang diketahui serta yang ditanyakan, menyebutkan hubungan antara yang diketahui dengan yang ditanya, menjelaskan bahwa yang diketahui sudah cukup untuk menjawab soal yang ditanyakan, dan menyebutkan metode yang akan diguakan untuk menyelesaikan soal.

2. F2: cukup reflektif

   Pada fase ini siswa dikatakan cukup reflektif jika dapat melalui fase *reacting* dan *comparing*. Ditunjukkan dengan siswa mampu menjelaskan jawaban yang diperoleh, menghubungkan dan mengkaitkan masalah yang ditanyakan dengan masalah yang pernah dihadapi.

[54] Lailatun Nisak, *Analisis Kemampuan Berpikir Reflektif Siswa dalam Memecahkan Masalah Berbentuk Semantik, Figural dan Simbolik pada Pokok Bahasan Fungsi Kelas XI IPA di MAN Nglawak Kertosono Nganjuk*. (Surabaya: Skripsi Tidak Diterbitkan, 2013), hal. 32-33

3. F3: reflektif

Pada fase ini siswa dikatakan reflektif jika dapat melalui fase *reacting*, *comparing*, dan *contemplating*. Hal ini ditunjukkan dengan siswa mampu menentukan maksud permasalahan, mendeteksi kebenaran serta kesalahan dalam penentuan jawaban, memperbaiki serta menjelaskan jawaban yang salah, dan membuat kesimpulan yang tepat.

## E. Sistem Persamaan Linier Tiga Variabel (SPLTV)

1. Bentuk Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel

Sistem persamaan linear tiga variabel adalah suatu sistem persamaan linear dengan tiga variabel.[55] Bentuk umum sistem persamaan linear tiga variabel

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$$

$x, y, z$ dinamakan variabel, $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, c_1, c_2, c_3$ dinamakan koefisien, sedangkan $d_1, d_2, d_3$ dinamakan konstanta. Sistem persamaan linear tiga variabel juga dapat dituliskan dengan membubuhkan penomoran ke setiap persamaan. Perhatikan penulisan SPLTV berikut:

$$a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$
$$a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$
$$a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

Jika $d_1, d_2,$ dan $d_3$ bernilai nol, sistem persamaan tersebut dinamakan sistem persamaan linear homogen. Persamaan homogen adalah persamaan yang konstantanya semua nol atau persamaan yang nilai variabel-variabelnya semuanya

[55] Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan, *Matematika Untuk SMA/MA/SMK/MAK Kelas X* …, hal. 52

nol. Sebaliknya jika ada $d_1, d_2,$ atau $d_3$ yang tidak bernilai nol, system persamaan linear tersebut dinamakan sistem persamaan linear tidak homogen (non homogen). Persamaan non homogen adalah persamaan yang konstantanya tidak (semuanya) sama dengan nol atau persamaan yang nilai variabel-variabelnya tidak semuanya nol. Jika ketiga persamaan tidak setara, SPLTV tersebut mempunyai penyelesaian trivial. [56]

2. Menyelesaikan Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel

Penyelesaian sistem persamaan linear tiga variabel dapat ditentukan dengan beberapa cara, antara lain dengan substitusi, eliminasi, dan gabungan eliminasi-substitusi.[57]

a. Cara Substitusi

Diketahui SPLTV berikut.

$2x + y + z = 4$ … (1)

$3x - y + 2z = -5$ … (2)

$x + 2y + 2z = 5$ … (3)

Berikut cara menentukan penyelesaian SPLTV tersebut menggunakan cara substitusi.

Persamaan (1) diubah sehingga salah satu variabel dapat dipisah.

$2x + y + z = 4$

$\Leftrightarrow \quad y = 4 - 2x - z$ … (4)

[56] Suparno, dkk., *Matematika Untuk SMA/MA/SMK/MAK Kelas X Semester 1*, (Klaten: Intan Pariwara, 2016), hal. 75

[57] *Ibid*, hal. 76

Substitusikan persamaan (4) ke dalam persamaan (2)

$$
\begin{aligned}
& 3x - y + 2z = -5 \\
\Leftrightarrow\ & 3x - (4 - 2x - z) + 2z = -5 \\
\Leftrightarrow\ & 3x - 4 + 2x + z + 2z = -5 \\
\Leftrightarrow\ & 5x + 3z = -1 \ldots (5)
\end{aligned}
$$

Substitusikan persamaan (4) ke dalam persamaan (3).

$$
\begin{aligned}
& x + 2y + 2z = 5 \\
\Leftrightarrow\ & x + 2(4 - 2x - z) + 2z = 5 \\
\Leftrightarrow\ & x + 8 - 4x - 2z + 2z = 5 \\
\Leftrightarrow\ & -3x = -3 \\
\Leftrightarrow\ & x = 1
\end{aligned}
$$

Substitusikan $x = 1$ ke dalam persamaan (5).

$$
\begin{aligned}
& 5x + 3z = -1 \\
\Leftrightarrow\ & 5(1) + 3z = -1 \\
\Leftrightarrow\ & 5 + 3z = -1 \\
\Leftrightarrow\ & 3z = -6 \\
\Leftrightarrow\ & z = -2
\end{aligned}
$$

Substitusikan $x = 1$ dan $z = -2$ ke dalam persamaan (4)

$$
\begin{aligned}
y &= 4 - 2x - z \\
&= 4 - 2(1) - (-2) \\
&= 4
\end{aligned}
$$

Jadi, diperoleh penyelesaian $x = 1$, $y = 4$, dan $z = -2$.

b. Cara Eliminasi

Diketahui SPLTV berikut.

$2x + y + z = 4$ … (1)

$3x - y + 2z = -5$ … (2)

$x + 2y + 2z = 5$ … (3)

Berikut cara menentukan penyelesaian SPLTV tersebut menggunakan cara eliminasi.

Eliminasi $x$ dari persamaan (1) dan (2).

$$\begin{array}{r|l|r} 2x + y + z = 4 & \times 3 & 6x + 3y + 3z = 12 \\ 3x - y + 2z = -5 & \times 2 & 6x - 2y + 4z = 10 \quad - \\ \hline & & 5y - z = 22 \end{array} \qquad \ldots (4)$$

Eliminasi $x$ dari persamaan (1) dan (3).

$$\begin{array}{r|l|r} 2x + y + z = 4 & \times 1 & 2x + y + z = 4 \\ x + 2y + 2z = 5 & \times 2 & 2x + 4y + 4z = 10 \quad - \\ \hline & & -3y - 3z = -6 \end{array} \qquad \ldots (5)$$

Eliminasi $y$ dari persamaan (4) dan (5).

$$\begin{array}{r|l|r} 5y - z = 22 & \times 3 & 15y - 3z = 66 \\ -3y - 3z = -6 & \times 5 & -15y - 15z = -30 \quad + \\ \hline & & -18z = 36 \\ & & \Leftrightarrow \ z = -2 \end{array}$$

Eliminasi $z$ dari persamaan (4) dan (5).

$$\begin{array}{r|l|r} 5y - z = 22 & \times 3 & 15y - 3z = 66 \\ -3y - 3z = -6 & \times 1 & -3y - 3z = -6 \quad - \\ \hline & & 18y = 72 \\ & & \Leftrightarrow \ y = 4 \end{array}$$

Untuk mencari nilai $x$ dilakukan langkah-langkah berikut.

Eliminasi $y$ dari persamaan (1) dan (3).

$$\begin{array}{r|l|r} 2x + y + z = 4 & \times 2 & 4x + 2y + 2z = 8 \\ x + 2y + 2z = 5 & \times 1 & x + 2y + 2z = 5 \quad - \\ \hline & & 3x = 3 \\ & & \Leftrightarrow \ x = 1 \end{array}$$

Jadi, diperoleh penyelesaian $x = 1$, $y = 4$, dan $z = -2$

c. Cara Eliminasi-Substitusi

Perhatikan lagi SPLTV berikut.

$2x + y + z = 4$ … (1)

$3x - y + 2z = -5$ … (2)

$x + 2y + 2z = 5$ … (3)

Perhatikan cara menyelesaikan SPLTV menggunakan cara eliminasi-substitusi.

Langkah pertama , eliminasi salah satu variabel, misalnya $x$ dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{r|c|r} 2x + y + z = 4 & \times 3 & 6x + 3y + 3z = 12 \\ 3x - y + 2z = -5 & \times 2 & 6x - 2y + 4z = 10 \quad - \\ \hline & & 5y - z = 22 \end{array} \quad \ldots (4)$$

Eliminasi $x$ dari persamaan (1) dan (3).

$$\begin{array}{r|c|r} 2x + y + z = 4 & \times 1 & 2x + y + z = 4 \\ x + 2y + 2z = 5 & \times 2 & 2x + 4y + 4z = 10 \quad - \\ \hline & & -3y - 3z = -6 \end{array} \quad \ldots (5)$$

Eliminasi $y$ dari persamaan (4) dan (5).

$$\begin{array}{r|c|r} 5y - z = 22 & \times 3 & 15y - 3z = 66 \\ -3y - 3z = -6 & \times 5 & -15y - 15z = -30 \quad + \\ \hline & & -18z = 36 \\ & & \Leftrightarrow\ z = -2 \end{array}$$

Setelah nilai $z$ diperoleh, substitusikan $z = -2$ ke dalam persamaan (4).

$$\begin{aligned} & 5y - z = 22 \\ \Leftrightarrow\ & 5y - (-2) = 22 \end{aligned}$$

$\Leftrightarrow \quad 5y + 2 = 22$

$\Leftrightarrow \quad 5y = 20$

$\Leftrightarrow \quad y = 4$

Substitusikan $y = 4$ dan $z = -2$ ke dalam persamaan (1).

$2x + y + z = 4$

$\Leftrightarrow 2x + 4 - 2 = 4$

$\Leftrightarrow \quad 2x + 2 = 4$

$\Leftrightarrow \quad 2x = 2$

$\Leftrightarrow \quad x = 1$

Jadi, diperoleh penyelesaian $x = 1$, $y = 4$, dan $z = -2$.

## F. Kemampuan Matematika

Menurut Poerwadarminta, kemampuan berasal dari kata "mampu" yang mempunyai makna kesanggupan, kecakapan, atau kekuatan.[58] Sedangkan menurut Spencer kemampuan merupakan karakteristik yang menonjol dari seorang individu yang berhubungan dengan kinerja efektif atau superior dalam suatu pekerjaan atau situasi. Gagne juga berpendapat bahwa kemampuan adalah hal yang dapat diamati sebagai hasil belajar.[59]

Menurut Syaban bahwa kemampuan matematika adalah pengetahuan dan keterampilan dasar yang diperlukan untuk dapat melakukan manipulasi matematika, meliputi pemahaman konsep dan pengetahuan prosedural.[60]

---

[58] Luvia Febryani Putri dan Janet Trineke Manoy, "Identifikasi Kemampuan Matematika Siswa Dalam Memecahkan Masalah Aljabar di Kelas VIII Berdasarkan TaksonomI Solo", Jurnal MATHEdunesa, Vol. 2, No. 1, 2013, hal. 2

[59] Ratna Eka I dan Susanah, "Penalaran Proporsional Siswa Kelas VII SMP Negeri II Beji Pasuruan Berdasarkan Tingkat Kemampuan Matematika", Jurnal MATHEdunesa, Vol. 2, No. 1, 2013, hal. 4

[60] Tabriiz Kautsar Rosyaadah, "Kemampuan Koneksi Matematis Siswa SMP dalam Menyelesaikan Masalah Terkait dengan Materi Kubus dan Balok Ditinjau DarI Kemampuan Matematika", Jurnal MATHEdunesa, Vol. 7, No. 3, 2018, hal. 572

Kemampuan matematika dapat didefinisikan juga sebagai kemampuan yang di butuhkan untuk melakukan setiap aktifitas mental, berpikir, menelaah, memecahkan masalah siswa dalam menyelesaikan soal-soal matematika.[61] Berdasarkan Depdiknas tahun 2006 dalam Widarti membuat kriteria tingkat kemampuan siswa dan skala penilaiannya menjadi 3 kategori yaitu kemampuan tinggi jika $80 \leq nilai\ yang\ di\ peroleh \leq 100$, kemampuan sedang jika $65 \leq nilai\ yang\ di\ peroleh < 80$, dan kemampuan rendah jika $0 \leq nilai\ yang\ di\ peroleh < 65$.[62]

Berdasarkan beberapa pengertian diatas kemampuan matematika adalah kemampuan yang dimiliki siswa untuk menyelesaikan permasalahan dalam matematika.

## G. Penelitian Terdahulu

Terdapat banyak penelitian yang berkaitan dengan cara berpikir siswa. Berikut penelitian terdahulu yang relevan untuk mendukung penelitian ini:

1. Penelitian yang dilakukan oleh Lailatun Nisak dengan judul "Analisis Kemampuan Berpikir Reflektif Siswa dalam Memecahkan Masalah Berbentuk Semantik, Figural dan Simbolik pada Pokok Bahasan Fungsi Kelas XI IPA di MAN Nglawak Kertosono Nganjuk".[63] Dari penelitian tersebut menunjukkan bahwa kemampuan berpikir reflektif siswa dalam memecahkan

---

[61] Arif Widarti, "Kemampuan Koneksi Matematis Dalam Menyelesaikan Masalah Kontekstual Ditinjau dari Kemampuan Matematis Siswa", hal. 4

[62] *Ibid*, hal. 4

[63] Lailatun Nisak, *Analisis Kemampuan Berpikir Reflektif Siswa dalam Memecahkan Masalah Berbentuk Semantik, Figural dan Simbolik pada Pokok Bahasan Fungsi Kelas XI IPA di MAN Nglawak Kertosono Nganjuk*. (Surabaya: Skripsi Tidak Diterbitkan, 2013)

masalah berbentuk semantik pada pokok bahasan fungsi siswa kelompok atas adalah sangat tinggi, siswa kelompok sedang adalah tinggi, dan siswa kelompok bawah adalah tinggi. Kemampuan berpikir reflektif siswa dalam memecahkan masalah berbentuk figural pada pokok bahasan fungsi siswa kelompok atas adalah sangat tinggi, siswa kelompok sedang adalah sangat tinggi, dan siswa kelompok bawah adalah tinggi. Kemampuan berpikir reflektif siswa dalam memecahkan masalah berbentuk simbolik pada pokok bahasan fungsi siswa kelompok atas adalah sangat tinggi, siswa kelompok sedang adalah tinggi, dan siswa kelompok bawah adalah tinggi.

2. Penelitian yang dilakukan oleh Millatul Fadhilah dengan judul "Analisis Berpikir Reflektif Siswa dalam Memecahkan Masalah Matematika Materi Garis Singgung Lingkaran Kelas VIII A (Unggulan) MTs Negeri Pagu Tahun Ajaran 2014/2015".[64] Dari penelitian tersebut menunjukkan bahwa subjek pada kelompok tinggi berada pada T3 yaitu subjek dikatakan reflektif, karena subjek bisa melalui fase reacting, comparing, dan contemplating pada soal nomor 2b. Subjek pada kategori sedang berada pada T3 yaitu subjek dikatakan reflektif, karena subjek bisa melalui fase reacting, comparing, dan contemplating pada soal nomor 4. Subjek pada kategori rendah bahwa dalam memecahkan masalah, subjek berada pada T1 yaitu subjek dikatakan kurang reflektif, karena subjek hanya bisa melalui fase reacting pada soal nomor 4.

[64] Millatul Fadhilah, *Analisis Berpikir Reflektif Siswa dalam Memecahkan Masalah Matematika Materi Garis Singgung Lingkaran Kelas VIII A (Unggulan) MTs Negeri Pagu Tahun Ajaran 2014/2015*. (Tulungagung: Skripsi Tidak Diterbitkan, 2015)

3. Penelitian yang dilakukan oleh Dewi Zaqiatul Miskiyah dengan judul "Analisis Berpikir Reflektif Siswa dalam Memecahkan Masalah *Open Ended* pada Materi Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV) Kelas VIII di MTs Darussalam Kademangan Blitar Tahun Ajaran 2017/2018".[65] Dari penelitian menunjukkan bahwa kemampuan berpikir reflektif siswa pada pemecahan masalah *open ended* matematika untuk siswa pada kategori tinggi, kemampuan berpikir reflektif siswa adalah sangat tinggi. Hal ini terbukti karena pada semua soal siswa dikatakan reflektif. Siswa dikatakan reflektif karena siswa telah memenuhi ketiga indikator dalam berpikir reflektif yaitu fase *reacting*, *comparing*, dan *contemplating*. Strategi yang digunakan sesuai dengan langkah-langkah polya, yaitu memahami masalah, merencanakan penyelesaian, menjalankan rencana, dan memeriksa kembali hasil pekerjaan. Pada pemecahan masalah *open ended* matematika untuk siswa pada kategori sedang, kemampuan berpikir reflektif siswa adalah tinggi. Hal ini terbukti karena semua soal siswa dikatakan cukup reflektif. Siswa dikatakan cukup reflektif karena siswa telah memenuhi dua indikator dalam berpikir reflektif yaitu fase r*eacting* dan *comparing*. Strategi yang digunakan hampir sama dengan siswa dengan kategori tinggi, hanya saja siswa dengan kategori sedang tidak bisa menyelesaikan sampai akhir apa yang ditanyakan dalam soal. Pada pemecahan masalah *open ended* matematika untuk siswa pada kategori rendah, kemampuan berpikir reflektif siswa adalah sedang. Hal ini terbukti karena dari

[65] Dewi Zaqiatul Miskiyah, *Analisis Berpikir Reflektif Siswa dalam Memecahkan Masalah Open Ended pada Materi Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV) Kelas VIII di MTs Darussalam Kademangan Blitar Tahun Ajaran 2017/2018*. (Tulungagung: Skripsi Tidak Diterbitkan, 2018)

hasil analisis semua soal siswa dikatakan kurang reflektif. Siswa dikatakan kurang reflektif karena siswa hanya memenuhi satu indikator saja dalam berpikir reflektif yaitu fase *reacting*. Strategi yang digunakan adalah dengan cara mengerjakan sesuai dengan cara yang siswa bisa. Dari situ terlihat bahwa siswa dengan kategori rendah masih belum bisa menjelaskan strategi pemecahan masalah dengan baik.

4. Penelitian yang dilakukan oleh Nurul Triani Lenggarwati dengan judul "Berpikir Reflektif Siswa dalam Memecahkan Masalah Matematika Materi Garis Singgung Lingkaran Kelas VIII DI MTs Negeri Tunggangri Tahun Ajaran 2016/2017".[66] Dari penelitian tersebut menunjukkan bahwa kemampuan berpikir reflektif siswa berkemampuan tinggi berada pada tingkat tinggi, karena semua jawaban siswa berada pada F3 yaitu reflektif. Kemampuan berpikir reflektif siswa berkemampuan sedang berada pada tingkat sedang, karena jawaban siswa berada pada F1 yaitu kurang reflektif dan jawaban lainnya berada pada F3 yaitu reflektif. Kemampuan berpikir reflektif siswa berkemampuan rendah berada pada tingkat rendah, karena jawaban siswa berada pada F1 yaitu kurang reflektif dan jawaban yang lain berada pada F2 yaitu kurang reflektif.
5. Penelitian yang dilakukan oleh Jaenudin, dkk. dengan judul "Analisis Kemampuan Berpikir Reflektif Matematis Siswa Ditinjau Dari Gaya

[66] Nurul Triani Lenggarwati, *Berpikir Reflektif Siswa dalam Memecahkan Masalah Matematika Materi Garis Singgung Lingkaran Kelas VIII DI MTs Negeri Tunggangri Tahun Ajaran 2016/2017*. (Tulungagung: Skripsi Tidak Diterbitkan, 2017)

Belajar".[67] Dari penelitian yang dilakukan diperoleh kesimpulan bahwa kemampuan berpikir reflektif matematis siswa visual adalah belum mampu mengidentifikasi rumus atau konsep yang digunakan karena tidak memberikan jawaban secara keseluruhan. Mengevaluasi/memeriksa kebenaran suatu argumen berdasarkan konsep/sifat yang digunakan dengan benar, jelas, kurang sistematis, namun lengkap. Menyelesaikan terlebih dahulu semua pertanyaan namun kurang lengkap dan jawaban salah serta tidak memberikan analogi. Memberikan perhitungan kurang lengkap dari formula ke-1 hingga ke-6, jawaban akhir salah dan tidak memberikan generalisasi disertai alasan. Membedakan data yang relevan dan tidak relevan dengan bahasannya sendiri dan jawaban benar. Sudah mampu memberikan interpretasi namun belum lengkap dan perhitungan benar. Kemampuan berpikir reflektif matematis siswa auditorial adalah belum mampu mengidentifikasi rumus atau kosep yang digunakan karena tidak memberikan jawaban secara keseluruhan. Mengevaluasi/ memeriksa kebenaran suatu argumen berdasarkan konsep/sifat yang digunakan dengan benar, jelas, sistematis, dan lengkap. Menyelesaikan terlebih dahulu semua pertanyaan namun kurang lengkap dan jawaban salah serta tidak memberikan analogi. Memberikan perhitungan dengan benar dari formula ke-1 hingga ke-6, dan jawaban akhir benar namun tidak memberikan generalisasi disertai alasan. Membedakan data yang relevan dan tidak relevan dengan menjelaskannya panjang lebar dan jawaban benar. Belum mampu

[67] Jaenudin, dkk., "Analisis Kemampuan Berpikir Reflektif Matematis Siswa Ditinjau Dari Gaya Belajar", Prima: Jurnal Pendidikan Matematika, Vol. 1, No. 1, Juli 2017, hal. 69-82

memberikan interpretasi namun perhitungan benar. Kemampuan berpikir reflektif matematis siswa kinestetik adalah belum mampu mengidentifikasi rumus atau kosep yang digunakan karena tidak memberikan jawaban secara keseluruhan. Mengevaluasi/ memeriksa kebenaran suatu argumen berdasarkan konsep/sifat yang digunakan dengan benar, jelas, kurang sistematis namun lengkap. Menyelesaikan terlebih dahulu semua pertanyaan dengan lengkap namun jawaban salah serta tidak memberikan analogi. Memberikan perhitungan dengan benar dari formula ke-1 hingga ke-6, jawaban akhir benar dan memberikan generalisasi disertai alasan. Membedakan data yang relevan dan tidak relevan dan jawaban benar. Sudah mampu memberikan interpretasi dengan baik dengan perhitungan yang benar.

Dari beberapa penelitian diatas terdapat persamaan dan perbedaan dengan penelitian yang dilakukan oleh peneliti. Berikut pemaparan persamaan dan perbedaan penelitian peneliti dengan penelitian-penelitian diatas:

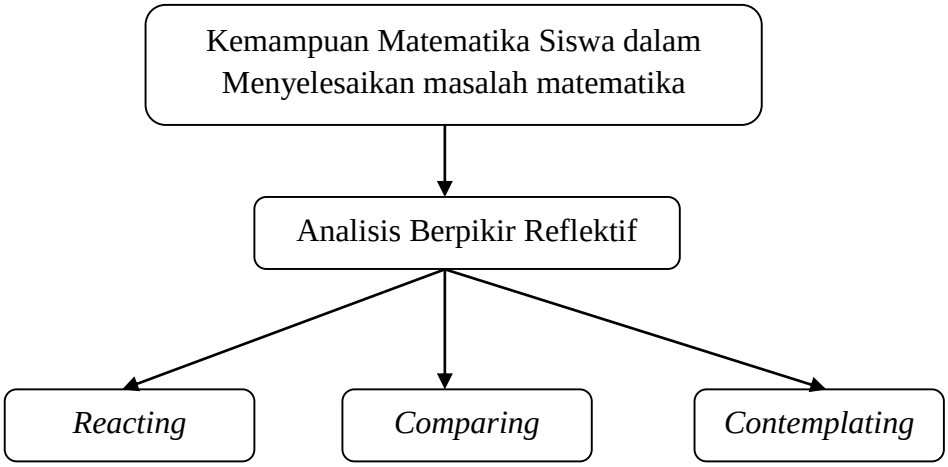
**Tabel 2.2**
Persamaan dan Perbedaan dengan Penelitian Terdahulu

| No. | Identitas Peneliti | Persamaan | Perbedaan |
|---|---|---|---|
| 1 | Lailatun Nisak dengan judul "Analisis Kemampuan Berpikir Reflektif Siswa dalam Memecahkan Masalah Berbentuk Semantik, Figural dan Simbolik pada Pokok Bahasan Fungsi Kelas XI IPA di MAN Nglawak Kertosono Nganjuk" | a. Menggunakan pendekatan kualitatif.<br>b. Meneliti tentang cara berpikir reflektif.<br>c. Subjek yang diamati pada jenjang SMA/MA | Dalam penelitian ini subjek yang diamati berdasarkan kemampuan matematika. |
| 2 | Millatul Fadhilah dengan judul "Analisis Berpikir Reflektif Siswa dalam Memecahkan Masalah Matematika Materi Garis Singgung Lingkaran | a. Menggunakan pendekatan kualitatif. | Dalam penelitian ini subjek yang diamati adalah siswa pada |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | Kelas VIII A (Unggulan) MTs Negeri Pagu Tahun Ajaran 2014/2015” | b. Meneliti tentang cara berpikir reflektif. | jenjang SMA/MA |
| 3 | Dewi Zaqiatul Miskiyah dengan judul “Analisis Berpikir Reflektif Siswa dalam Memecahkan Masalah *Open Ended* pada Materi Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV) Kelas VIII di MTs Darussalam Kademangan Blitar Tahun Ajaran 2017/2018” | a. Menggunakan pendekatan kualitatif.<br>b. Meneliti tentang cara berpikir reflektif.<br>c. Siswa yang diamati berdasarkan kemampuan matematikanya. | Dalam penelitian ini subjek yang diamati adalah siswa pada jenjang SMA/MA |
| 4 | Nurul Triani Lenggarwati dengan judul “Berpikir Reflektif Siswa dalam Memecahkan Masalah Matematika Materi Garis Singgung Lingkaran Kelas VIII DI MTs Negeri Tunggangri Tahun Ajaran 2016/2017” | a. Menggunakan pendekatan kualitatif.<br>b. Meneliti tentang cara berpikir reflektif.<br>c. Siswa yang diamati berdasarkan kemampuan matematikanya. | Dalam penelitian ini subjek yang diamati adalah siswa pada jenjang SMA/MA |
| 5 | Jaenudin, dkk. dengan judul “Analisis Kemampuan Berpikir Reflektif Matematis Siswa Ditinjau Dari Gaya Belajar” | a. Menggunakan pendekatan kualitatif.<br>b. Meneliti tentang cara berpikir reflektif | Dalam penelitian ini subjek yang diamati adalah siswa pada jenjang SMA/MA |

## H. Kerangka Berpikir

Kemampuan berpikir reflektif siswa berdasarkan kemampuan matematika dapat ditinjau dari beberapa indikator berpikir reflektif. Dari indikator tersebut akan dianalisis dan diklasifikasikan menurut tingkatan kemampuan berpikir reflektif yang dibuat oleh Surbeck, Han, dan Moyer. Berikut kerangka berpikirnya.




**Bagan 2.1** Kerangka Berpikir Peneliti

Berdasarkan bagan diatas berangkat dari kemampuan matematika siswa dari tinggi, sedang, dan rendah. Kemudian akan dianalisis berdasarkan tingkatan berpikir reflektif. Dari kemampuan matematika siswa dapat dilihat apakah memenuhi tingkatan dalam berpikir reflektif.