BAB II

KAJIAN TEORI

A. Proses Belajar Mengajar Matematika

1. Belajar Matematika

Belajar adalah kegiatan yang berproses dan merupakan unsur yang sangat fundanmental dalam setiap penyelenggaraan jenis dan jenjang pendidikan.[18] Belajar merupakan hal yang sangat penting bagi setiap orang, karena dengan belajar seseorang memahami dan menguasai sesuatu sehingga orang tersebut dapat meningkatkan kemampuannya. Belajar merupakan perkembangan hidup manusia yang dimulai sejak lahir dan berlangsung seumur hidup.[19]

Belajar merupakan aktifitas yang dilakukan seseorang untuk mendapatkan perubahan dalam dirinya melalui pelatihan-pelatihan atau pengalaman-pengalaman.[20] Belajar dapat membawa perubahan bagi si pelaku, baik perubahan sikap, maupun keterampilan

Lester D. Crow dan Alice Crow mengungkapkan bahwa belajar adalah sesuatu yang diperoleh dari kebiasaan, pengetahuan, dan sikap, termasuk cara baru unuk melakukan suatu upaya-upaya seseorang dalam mengatasi kendala atau menyesuaikan pada situasi baru. Sedangkan Morris L. Bigge mengungkapkan bahwa belajar merupakan suatu proses yang meliputi berbagai kompetensi dan

---

[18] Muhibbin Syah, *Psikologi Pendidikan dengan Pendekatan Baru,* (Bandung: PT Remaja Rosdakarya, 2005), hal. 89

[19] Nunik Suryani dan Leo Agung, *Strategi Belajar Mengajar,* (Yogyakarta: Penerbit Ombak, 2012), hal. 34

[20] Baharuddin dan Esa Nur Wahyuni, *Teori Belajar dan Pembelajaran,* (Jogjakarta: Ar-Ruzz Media, 2012), hal. 12

berbagai pengalaman yang mudah dan sederhana, hingga kepada keterampilan yang memerlukan kemampuan kompleks, serta melibatkan berbagai prosedur dengan berbagai tingakat kesulitan.[21] Herman Hudoyo berpendapat bahwa belajar adalah kegiatan bagi setiap orang termasuk di dalamnya pengetahuan, keterampilan, kebiasaan, kegemaran, dan sikap seseorang yang terbentuk, dimodifikasi dan berkembang disebabkan belajar.[22]

Berdasarkan definisi di atas dapat disimpulkan bahwa belajar merupakan suatu proses kegiatan yang dapat mengakibatkan perubahan pada diri seseorang baik itu hasil dari pengalaman ataupun tingkah laku.

Dalam belajar khususnya belajar matematika pola tingkah laku manusia yang tersusun menjadi suatu model sebagai prinsip-prinsip belajar diaplikasikan ke dalam matematika. matematika yang berkenaan dengan ide-ide abstrak yang diberi simbol-simbol yang tersusun secara hirarkis dan penalaran deduktif, sehingga belajar matematika itu merupakan kegiatan mental yang tinggi.[23] belajar matematika merupakan proses dimana dimulai dengan perubahan diri seseorang baik itu tingkah laku maupun yang lain yang kemudian diaplikasikan ke dalam matemtika ketika menyelesaikan masalah yang bersifat matematik.

---

[21] I Putu Suka Arsa , *Belajar dan Pembelajara; Strategi Belajar yang Menyenangkan,* (Yogyakarta: Media Akademi, 2015), hal. 1-2

[22] Herman Hudoyo, *Strategi Mengajar Belajar Matematika*, (Malang: IKIP Malang, 1990), hal.1

[23]*Ibid*, hal.4

2. Mengajar Matematika

Mengajar adalah suatu kegiatan dimana pengajar menyampaikan pengetahuan atau pengalaman yang dimiliki kepada siswa.[24] Mengajar merupakan suatu aktifitas dari guru dalam usaha mengorganisasi lingkungan yang berhubungan dengan anak didik, pengetahuan dan bahan pembelajaran sehingga menimbulkan proses belajar- mengajar yang efektif pada diri siswa.[25]

Berdasarkan pengertian tersebut, tujuan mengajar adalah agar pengetahuan yang disampaikan dapat dipahami oleh siswa. Selain itu belajar mengajar matematika, apabila terjadinya proses belajar matematika itu baik, dapat diharapkan hasil belajar siswa baik. Jika seseorang siswa dapat dengan mudah mempelajari matematika maka untuk selanjutnya diharapkan mudah pula mengaplikasikanya ke situasi baru yaitu dapat menyelesaikan masalah dengan baik dalam matematika itu sendiri maupun ilmu lainnya dalam kehidupan sehari-hari.

Mengajar matematika, seorang pengajar mampu memberikan intervensi yang cocok bila pengajar itu bisa menguasai dengan baik matematika yang diajarkan. Semua itu merupakan syarat yang esensial bahwa pengajar matematika harus menguasai bahan matematika yang diajarkan. Penguasaan terhadap bahan saja belumlah cukup agar siswa berpartisipasi intelektual dalam belajar. Pengajar seyogyanya juga memahami teori belajar sehingga belajar matematika menjadi bermakna bagi siswa.[26]

---

[24] *Ibid*, hal. 6
[25] Nunuk Suryani dan Leo Agung, *Strategi Belajar Mengajar*..., hal. 37
[26] Herman Hudoyono, *Strategi Mengajar Belajar Matematika*..., hal. 7

Peristiwa belajar akan dapat terihat bila dalam mengajar terjadi interaksi antara pengajar dengan siswa. Belajar dan mengajar keduanya saling mempengaruhi yang dapat menentukan hasil belajar. Keduanya juga merupakan sustu proses yang komprehensif yang harus diarahkan untuk kepentingan siswa yaitu belajar.

B. Kemampuan Penalaran Matematis

1. Pengertian Penalaran

Salah satu hal yang membedakan manusia dengan makhluk lainnya adalah manusia dikaruniai oleh Allah SWT dengan akal yang paling sempurna sehingga manusia dapat bernalar. Seperti yang dijelaskan dalam firman Allah pada Surat At-Tin ayat 4 sebagai berikut:

لَقَدْ خَلَقْنَا ٱلْإِنسَٰنَ فِىٓ أَحْسَنِ تَقْوِيمٍ ﴿٤﴾

4. Sesungguhnya Kami telah menciptakan manusia dalam bentuk yang sebaik-baiknya . (QS. At-Tin ayat 4)

Manusia pada hakikatnya merupakan makhluk yang berfikir, merasa, bersikap dan bertindak. Sikap dan tindakan yang bersumber pada pengetahuan yang didapatkan melalui kegiatan merasa atau berfikir. Suatu proses berfikir dalam menarik kesimpulan yang berupa pengetahuan merupakan suatu penalaran.[27]

---

[27] Jujun S. Suriasumantri, *Filsafat Ilmu Sebuah Pengantar Populer*, (Jakarta: Pustaka Sinar Harapan, 2017), hal.42

Penalaran merupakan konsep yang paling umum menunjuk pada salah satu proses pemikiran untuk sampai pada suatu kesimpulan sebagai pernyataan baru dari beberapa pernyataan lain yang diketahui. Pernyataan itu sendiri terdiri atas pengertian-pengertian sebagai unsurnya yang anatara pengertian satu dengan yang lain ada batas-batas tertentu untuk menghindarkan kekaburan arti.[28] Penalaran adalah suatu proses berfikir untuk menarik kesimpulan atau membuat suatu pernyataan baru yang benar berdasarkan beberapa pernyataan yang kebenarannya telah dibuktikan atau diasumsikan sebelumnya.[29]

Penalaran memiliki arti yang berbeda-beda menurut para ahli, seperti yang dikemukakan oleh Keraf mengartikan penalaran sebagai proses berfikir dan berusaha menghubung-hubungkan fakta-fakta atau evidensi-evidensi yang diketahui menuju kepada suatu kesimpulan.[30] Kusumah menyatakan bawha penalaran adalah penarikan kesimpulan dalam sebuah argumen dan cara berfikir yang merupakan penjelasan dan upaya memperlihatkan hubungan antara dua hal atau lebih berdasarkan sifat-sifat atau hukum-hukum tertentu yang diakui kebenarannya, dengan menggunakan langkah-langkah tertentu yang berahir dengan sebuah kesimpulan.[31]

R.G Soekadijo menjelaskan mengenai terjadinya penalaran. Proses berfikir dimulai dari pengamatan indera atau observasi yang empirik. Proses itu didalam pikiran menghasilkan sejumlah pengertian dan proporsi sekaligus. Berdasarkan

---

[28] Surajiyo, *Dasar-dasar Logika*, (Jakarta: PT Bumi Aksara, 2006), hal.20

[29] Fajar Shadiq, *Pemecahan Masalah, Penalaran dan Komunikasi*, (Diktat Instruktur/Pengembangan Matematika SMA Jenjang Dasar pppg Matematika Yogyakarta, 2004), hal.2 dalam https://asimtot.files.wordpress.com/2010/06/pemecahan-masalah-penalaran-dan-komunikasi.pdf diakses pada tanggal 12 Januari 2019

[30] Fajar Shadiq, *Pembelajaran Matematika: Cara Meningkatkan* . . . , hal. 42

[31] Mario Arfi, *Analisis Kemampuan Penalaran Matematis*. . . , hal. 125

pengamatan-pengamatan indera yang sejenis, pemikiran menyusun proposisi yang sejenis pula. Proses inilah yang disebut dengan penalaran yaitu bahwa berdasarkan sejumlah proposisi yang diketahui atau dianggap benar kemudian digunakan untuk menyimpulkan sebuah proposisi baru yang sebelumnya tidak diketahui.[32]

Shutter dan Pierce mendefinisikan penalaran sebagai proses pencapaian kesimpulan logis berdasarkan fakta dan sumber yang relevan. Sedangkan menurut Galloti penalaran adalah pentransformasikan yang diberikan dalam urutan tertentu untuk menjangkau kesimpulan.[33] Lithner mendefinisikan penalaran sebagai pemikiran yang diadopsi untuk menghasilkan pernyataan dan mencapai kesimpulan pada pemecahan masalah yang tidak selalu didasarkan pasa logika formal sehingga tidak terbatas pada bukti.[34]

Dari beberapa difinisi penalaran yang dikemukakan di atas, peneliti menyimpulkan bahwa Penalaran adalah suatu proses berfikir untuk menarik kesimpulan atau membuat suatu pernyataan baru yang benar berdasarkan beberapa pernyataan yang kebenarannya telah dibuktikan atau diasumsikan sebelumnya. Berikut ini merupakan ayat Al-Quran yang menjelaskan tentang perintah kepada manusia supaya menggunakan akalnya untuk bernalar atau berfikir. Surah Al-Baqarah ayat 219:

---

[32] R. G. Soekadijo, *Logika Dasar Tradisional, Simbolik, dan Induktif,* (Jakarta: PT Gramedia Pustaka Umum, 1983), hal. 6

[33] Topic Offirstson, *Aktifitas Pembelajaran Matematika Melalui Inkuiri Berbantu Software Cinderela,* (Yogyakarta: CV Budi Utama, 2012), hal. 41

[34] Cita Dwi Rosita, Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Matematis: Apa, Mengapa, dan Bagaimana Ditingkatkan pada Mahasiswa. (*Jurnal Euclid, ISSN 2355-17101, vol.1, No1, pp. 1-59* Prodi Pendidikan Matematika Unswagati Cirebon), hal.33 dalam https://fkip-unswagati.ac.id/ejournal/index.php/euclid/article/viewFile/2/1 diakses pada tanggal 30 januari 2019

أَكْبَرُ وَإِثْمُهُمَآ لِلنَّاسِ وَمَنَٰفِعُ كَبِيرٌ ۖ وَإِثْمُهُمَآ أَكْبَرُ مِن نَّفْعِهِمَا ۗ وَيَسْـَٔلُونَكَ مَاذَا يُنفِقُونَ ۖ قُلِ ٱلْعَفْوَ ۗ كَذَٰلِكَ يُبَيِّنُ ٱللَّهُ لَكُمُ ٱلْءَايَٰتِ لَعَلَّكُمْ تَتَفَكَّرُونَ ﴿٢١٩﴾

219. mereka bertanya kepadamu tentang khamar[136] dan judi. Katakanlah: "Pada keduanya terdapat dosa yang besar dan beberapa manfaat bagi manusia, tetapi dosa keduanya lebih besar dari manfaatnya". dan mereka bertanya kepadamu apa yang mereka nafkahkan. Katakanlah: " yang lebih dari keperluan." Demikianlah Allah menerangkan ayat-ayat-Nya kepadamu supaya kamu berfikir. (QS.Al-Baqarah ayat 219)

Selain ayat di atas, terdapat pula ayat yang menjelaskan tentang pentingnya berfikir yaitu Surah Al-An’am ayat 50.

قُل لَّآ أَقُولُ لَكُمْ عِندِى خَزَآئِنُ ٱللَّهِ وَلَآ أَعْلَمُ ٱلْغَيْبَ وَلَآ أَقُولُ لَكُمْ إِنِّى مَلَكٌ ۖ إِنْ أَتَّبِعُ إِلَّا مَا يُوحَىٰٓ إِلَىَّ ۚ قُلْ هَلْ يَسْتَوِى ٱلْأَعْمَىٰ وَٱلْبَصِيرُ ۚ أَفَلَا تَتَفَكَّرُونَ ﴿٥٠﴾

50. *Katakanlah: aku tidak mengatakan kepadamu, bahwa perbendaharaan Allah ada padaku, dan tidak (pula) aku mengetahui yang ghaib dan tidak (pula) aku mengatakan kepadamu bahwa aku seorang malaikat. aku tidak mengikuti kecuali apa yang diwahyukan kepadaku. Katakanlah: "Apakah sama orang yang buta dengan yang melihat?" Maka Apakah kamu tidak memikirkan(nya)?"*. (QS. Al-An’am ayat 50)

Dari kedua ayat tersebut menjelaskan tentang pentingnya penalaran atau berfikir. Allah SWT menciptakan manusia dibandingkan makhluk lainnya, diaman kesempurnaan manusia dapat dilihat dari akal untuk berfikir. Di dalam penalaran, terdapat dua jenis penalaran, yaitu penalaran induktif (induksi) dan penalaran deduktif (deduksi) sebagai berikut:

a. Penalaran induktif

Penalaran induktif merupakan suatu proses berfikir dengan mengambil suatu kesimpulan yang bersifat umum atau membuat sesuatu pernyataan baru dari kasus-kasus yang khusus.[35] Penalaran induktif merupakan proses berfikir dimana kita menyimpulkan bahwa apa yang kita ketahui benar untuk kasus-kasus khusus, juga akan benar untuk semua kasus yang serupa untuk hal-hal tertentu.[36]

Giere menyatakan: *The general characteristic of inductive arguments is that they are knowledge expanding; that is conclusions contain more information than all they are premises combined.*" Penarikan kesimpulan pada induksi yang akan bersifat umum (general) ini akan menjadi sangat penting, karena ilmu pengetahuan tidak akan pernah berkembang tanpa adanya penarikan kesimpulan ataupun pembuatan pernyataan baru yang bersifat umum.[37]

b. Penalaran Deduktif

Penalaran deduktif merupakan penarikan kesimpulan dari hal yang umum menuju hal yang khusus berdasarkan fakta-fakta yang ada.[38] Penalaran deduktif merupakan proses berfikir dimana kita menyimpulkan bahwa kebenaran suatu

---

[35] Tina Sri Sumartini, "Peningkatan Kemampuan Penalaran Matematis Siswa..., hal.4
[36] Fajar Shadiq, *Pembelajaran Matematika: Cara Meningkatkan . . . ,* hal.59
[37] *Ibid,* hal. 43
[38] Tina Sri Sumartini, "Peningkatan Kemampuan Penalaran Matematis Siswa..., hal.4

konsep atau pernyataan diperoleh sebagai akibat logis dari kebenaran sebelumnya.[39]

Berdasarkan pembahasan penalaran matematis di atas, maka indikator penalaran matematis yang digunakan dalam penelitian ini didasarkan pada Peraturan Peraturan Dirjen Dikdasmen No. 506/C/PP/2004. Adapun indikator penalaran matematis sebagai berikut:[40]

a. Menyajikan pernyataan matematika secara lisan dan tertulis

Kemampuan menyajikan pernyataan matematika secara lisan dan tertulis merupakan kemampuan siswa dalam menentukan besaran dalam soal matematika. indikator menyajikan pernyataan matematika secara lisan dan tertulis pada penelitian ini akan muncul pada saat siswa menyatakan apa yang diketahui dan ditanyakan dalam soal tersebut.

b. Mengajukan dugaan *(Cojecture)*

Kemampuan mengajukan dugaan merupakan kemampuan siswa dalam merumuskan berbagai kemungkinan pemecahan masalah sesuai dengan pengetahuan yang dimilikinya. Indikator mengajukan dugaan dalam penelitian ini akan muncul pada saat siswa menduga cara apa yang digunakan untuk menyelesaikan soal yang diberikan.

c. Melakukan manipulasi matematika

kemampuan manipulasi matematika merupakan kemampuan siswa dalam mengerjakan atau menyelesaikan suatu permasalahan dengan menggunakan cara sehingga tercapai tujuan yang dikehendaki. Sehingga subjek yang memenuhi

---

[39] Fajar Shadiq, *Pembelajaran Matematika: Cara Meningkatkan . . . ,* hal.59
[40]*Ibid*, hal. 51

kemampuan manipulasi matematika mampu membuat cara atau rekayasa matematika untuk memudahkan suatu perhitungan dan memperoleh hasil yang benar.

d. menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti terhadap beberapa solusi

kemampuan menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti terhadap beberapa solusi merupakan kemampuan memberikan alasan melalui suatu penyelidikan hingga mencapai suatu kesimpulan. Indikator ini menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti terhadap beberapa solusi dalam penelitian ini akan muncul pada saat siswa memberikan bukti dan alasan dari kebenaran jawaban yang telah diberikan.

e. Menarik kesimpuan dari pernyataan

Kemampuan menarik kesimpulan dari pernyataan kemampuan siswa dalam menggunakan pengetahuannya untuk menghasilkan suatu pikiran. Indikator menarik kesimpulan dari pernyataan dalam penelitian ini akan muncul pada saat siswa memberikan kesimpulan ari pernyataan-pernyataan yang telah dikemukakan pada wawancara dari hasil penyelesaian soal yang telah dikerjakan.

f. Memeriksa kesahihan argumen, menemukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi.

Kemampuan memeriksa kesahihan argumen merupakan kemampuan siswa dalam memeriksa atau menyelidiki kebenaran dari suatu pernyataan. Indikator memeriksa kesahihan argumen dalam penelitian ini akan muncul pada saat siswa

menyelesaikan permasalahan matematika dengan cara atau metode sampai menarik kesimpulan dari penyelesaian yang telah dilakukan.

C. Hakikat Matematika

Matematika berasal dari kata Yunani "*matheinî*" atau"*manthenein*" yang artinya "mempelajari". Patut diduga bahwa kedua kata itu erat hubungannya dengan kata Sansekerta "*medha"*atau "*widya*" yang artinya "kepandaian", "ketahuan" atau "inteegensia" [41]

Matematika merupakan bahasa yang melambangkan serangkaian makna dari pernyataan yang ingin kita sampaikan. Simbol-simbol matematika bersifat "artifisial" yang baru memiliki arti setelah sebuah makna diberikan kepadanya. Tanpa itu matematika hanya merupakan kumpulan simbol dan rumus yang kering akan makna.[42]

Banyak definisi dan beragam deskripsi dari para ahli tentang matematika itu sendiri. Wittgenstein mengemukakan bahwa matematika merupakan metode berfikir logis. Berdasarkan perkembangannya, masalah yang dihadapi logika makin lama makin rumit. Dalam perspektif inilah, logika berkembang menjadi matematika.[43]

D. Teorema Pythagoras

1. Luas persegi

---

[41] Hardi Suyitno, *Filsafat Matematika,* (Semarang: Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan alam UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG, 2014), hal. 12

[42] Moch. Masykur dan Abdul Halim Fathani, Mathematical Intelligence : Cara Cerdas Melatih Otak dan Menanggulangi Kesulitan Belajar, (Jogjakara: Ar-Ruzz Media, 2009), hal. 47

[43]*Ibid*, hal. 50

Luas persegi dapat ditentukan dengan cara mengalihkan sisi-sisinya. Jia sebuah persegi adalah *s* maka luasnya dapat ditulis sebagai berikut

$$L = s \times s \quad \textbf{atau} \quad L = s^2$$

Contoh:

Tentukan luas persegi jika diketahui sisi-sisinya berukuran 21 cm !

Penyelesaian:

$$L = s \times s$$

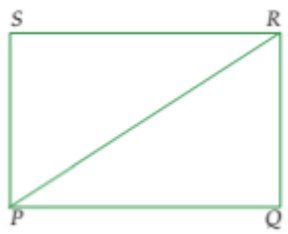
$$= 21\ cm \times 21\ cm$$

$$= 441\ cm^2$$

$$jadi\ luas\ persegi\ adalah\ 441\ cm^2$$

2. Luas daerah segitiga

Kita tentu sudah mempelajari cara menghitung luas dan keliling segitiga. Pada bab ini akan mempelajari hubungan antara luas segitiga dengan luas persegi panjang. Perhatikan gambar persegi panjang PQRS berikut ini !



dari persegi panjang tersebut kita peroleh dua buah segitiga, yaitu $\Delta PQR\ dan\ \Delta PSR$.

$Luas\ \Delta PQR = luas\ daerah\ \Delta PSR.$

Hal ini menunjukkan bahwa

$$Luas\ \Delta PQR = \frac{1}{2} \times luas\ PQRS$$

$$= \frac{1}{2} \times luas\ PQ \times panjang\ QR$$

$= \frac{1}{2} \times alas \times tinggi$

Jadi, luas segitiga dirumuskan: $\boldsymbol{\frac{1}{2} \times a \times t}$

Dengan a =alas segitiga, dan t = tinggi segitiga.

Contoh:

Tentukan luas segitiga jika diketahui alasnya berukurannya 12 cm dan tingginya 5 cm!

Penyelesaian:

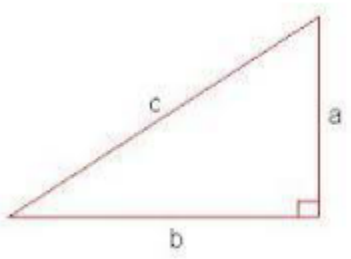
$$L = \frac{1}{2} \times alas \times tinggi$$

$$= \frac{1}{2} \times 12 \text{ cm} \times 5\ cm$$

$$= 30\ cm^2$$

$jadi\ luas\ segitiga\ adalah$ 30 cm^2 .

3. Pembuktian Dalil Phytagoras

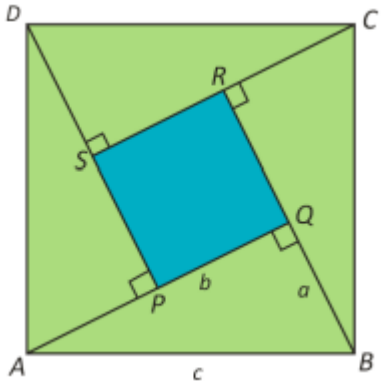


Jika kita punya sebuah segitiga siku-siku dengan sisi a,b dan c seperti disamping. Akan berlaku: $a^2 + b^2 = c^2$

Dalam teorema yang dikemukakan oleh pytagoras, sisi c atau sisi miring

disebut dengan *hipotenusa.*

Banyak cara yang bisa digunakan untuk membuktikan kebenaran teorema ini. Kita bisa praktek langsung dengan alat atau menggunakan coret-coretan di kertas. Salah satu pembuktian teorema phytagoras adalah dengan bukti dari bhaskara. Bukti berikut ini pertama kali terdapat pada karya Bhaskara (matematikawan india sekitar abad X). Bangun ABCD di bawah ini berupa bujur dengan panjang sisi c. Di dalamnya dibuat empat buah segitiga siku-siku dengan panjang sisi a dan b.



Dengan kontruksi bangun tersebut, maka:

Luas persegi PQRS + (4 × segitiga luas ABQ) =Luas ABCD

$(b-a)^2 + 4 \times \frac{1}{2} \times a \times b \quad = c^2$

$b^2 - 2ab + a^2 + 2ab = c^2$

$a^2 + b^2 \quad = c^2$ (*terbukti*)

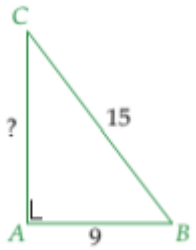
4. Menggunakan dalil phytagoras

a) menghitung panjang salah satu sisi segitiga siku-siku

pada sebuah segitiga siku-siku, jika dua buah sisinya diketahui mka salah satu sisinya dapat dicari dengan menggunakan dalil phytagoras.

Perhatikan contoh berikut ini!

Contoh:



Panjang sisi miring suatu segitiga siku-siku adalah 15 cm. Jika panjang salah satu sisi siku-sikunya 9 cm, tentukan panjang sisi segitiga siku-siku yang lainnya!

Penyelesaian:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$AC^2 = BC^2 - AB^2$$

$$= 15^2 - 9^2$$

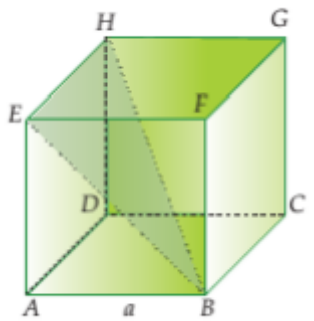
$$= 225 - 81$$

$$= 144$$

$$AC \quad = \sqrt{144} = 12\ cm$$

Jadi, panjang sisi segitiga siku-siku yang lainya adalah (*AC*) = 12 cm

b) menentukan panjang diagonal sisi dan diagonal ruang kubus



Dalil pythagoras dapat digunakan untuk mencari panjang diagonal sisi atau diagonal ruang kubus dan balok. Hal ini dikarenakan diagonal sisi dan diagonal ruang yang merupakan sisi

miring bagi sisi bidangnya.

Pada kubus *ABCD.EFGH* rusuk *EB* merupakan salah satu diagonal sisi pada kubus dan rusuk *HB* merupakan salah satu diagonal ruangnya. Jika panjang sisi kubus *ABCD.EFGH* adalah a satuan panjang maka kita dapat menentukan panjang rusuk *EB* dan *HB*.

Untuk menentukan panjang diagoanl sisi *EB*, perhatikan segetiga siku-siku *ABE* pada kubus *ABCD.EFGH*. berdasarkan dalil pythagoras hubungan sebagai berikut.

$$EB^2 = AB^2 + AE^2$$

$\Leftrightarrow EB^2 = a^2 + a^2$

$\Leftrightarrow EB^2 = 2a^2$

$\Leftrightarrow EB^2 = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2}$

Jadi, panjang diagonal sisi sebuah kubus yang panjang sisinya a adalah $a\sqrt{2}$.

Untuk menentukan panjang diagonal ruang *HB*, perhatikan segitiga *BDH* yang siku-siku di D. Karena rusuk *BD* merupakan diagonal sisi kubus *ABCD.EFGH*, *maka panjangnya adalah* a. Dengan menggunakan dalil pythagoras diperoleh hubungan berikut.

$$HB^2 = DB^2 + DH^2$$

$\Leftrightarrow HB^2 = (a\sqrt{2})^2 + a^2$

$\Leftrightarrow HB^2 = 2a^2 + a^2$

$\Leftrightarrow HB^2 = 3a^2$

$\Leftrightarrow HB = \sqrt{3a^2} = a\sqrt{3}$

Jadi, panjang diagonal ruas kubus yang panjang sisinya $a$satuan adalah $a\sqrt{3}$

c) aplikasi dalil phytagoras dalam kehidupan sehari-hari

pada bagian sebelumnya kita telah mmepelajari bagaimana menggunakan dalil pytagoras untuk menentukan jenis segitiga dan panjang diagonal ruang serta diagonal sisi sebuah kubus. Setelah itu, kita gunakan dalil pythagoras untuk menyelesaikan permasalahan di kehidupan sehari-hari.

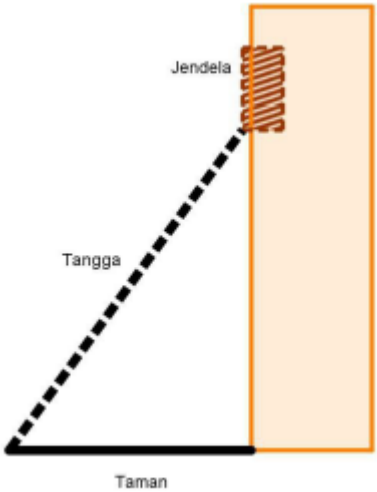
Dibawah ini merupakan aplikasi yang menggunakan teorema pythagoras dalam kehidupan sehari-hari:

Tangga adalah salah satu peralatan penting bagi orang-orang yang bekerja di dunia kontruksi. Orang-orang di dunia kntruksi ini menggunakan aplikasi teorema pythagoras untuk menyelesaikan masalah-masalah dalam dunia kerja mereka.

Contoh:

Tinggi sebuah jendela lantai 2 sebuah gedung kira-kira 8 m. Di depan gedung tersebut ada sebuah taman dengan lebar 6 m. Berapa panjang tangga minimum yang dibutuhkan agar kaki-kaki tangga tidak merusak taman tersebut?

Perharikan sketsa di bawah ini.



Jika panjang tangga dianggap sebagai x, maka:

$$x^2 = 8^2 + 6^2$$

$$x = \sqrt{8^2 + 6^2}$$

$$x = \sqrt{64 + 36}$$

$$x = \sqrt{100}$$

$$x = 10$$

Maka panjang tangga minimum adalah 10 m.

E. Penelitian Terdahulu

Penelitian yang terdahulu adalah hasil penelitian yang telah teruji kebenarannya. Peneliti dapat menggunakan penelitian terdahulu sebagai pedoman dan perbandingan untuk penelitiannya. Penelitian terdahulu yang dijadikan peneliti sebagai acuan diantaranya:

1. Penelitian dari Maris Fitriana dengan judul "*Analisis Kemampuan Penalaran Matematis Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika dengan Strategi Working Backward (2016)"*

Dalam penelitian ini diperoleh kesimpulan bahwa kemampuan penalaran matematis siswa dengan stategi working backward tergolong baik dan semua indikator sudah memenuhi kompenen strategi working backward. Jadi, kemampuan penalaran matematis dari kedua siswa adalah baik. Baik di sisni maksudnya kedua siswa mendapatkan skor penalaran sejumlah 6 yaitu kategori baik.

Tabel 2.1 perbedaan dan persamaan penelitian terdahulu san penelitian sekarang

	Penelitian Terdahulu	**Penelitian Sekarang**
Perbedaan	Subjek siswa kelas VIII di SMP Negeri 1 Sidoarjo	Subjek siswa kelas VIII di MTs Al Huda Kedungwaru
	Meneyelesaikan soal sistem persamaan linier dua variabel	Menyelesaikan soal teorema pytagoras
Persamaan	Menganalisis penalaran matematis siswa	Menganalisis penalaran matematis siswa

2. Penelitian dari Anisatul Hidayati dengan judul *"Proses Penalaran Matematis Siswa dalam Memecahkan Masalah Matematika pada Materi Pokok Dimensi Tiga Berdasarkan Kemampuan Siswa di SMA Negeri 5 Kediri."*

Dalam penelitian ini diperoleh kesimpulan bahwa kemampuan penalaran matematis siswa dengan kemampuan rendah menunjukkan proses penalaran matematisnya dalam memecahkan masalah kesuali pada tahap melaksanakan rencana pemecahan masalah dan tahap melaksanakan rencana pemecahan

masalah. Sedangkan dengan siswa yang berkemampuan sedang menunjukkan proses penalaran matematisnya pada setiap memecahkan masalah kecuali tahap melaksanakan rencana pemecahan masalah. Sedangkan dengan siswa yang berkemapuan tinggi menunjukkan proses penalaran matematisnya pada setiap tahap pemecahan masalah.

Tabel 2.2 perbedaan dan persamaan penelitian terdahulu san penelitian sekarang

	Penelitian Terdahulu	**Penelitian Sekarang**
Perbedaan	Subjek siswa di SMA Negeri 5 Kediri	Subjek siswa kelas VIII di MTs Al Huda Kedungwaru
	Memecahkan masalah matematika pada materi pokok dimensi tiga	Menyelesaikan soal teorema pytagoras
Persamaan	Proses penalaran matematis siswa	Menganalisis penalaran matematis siswa

3. Penelitian dari Dewi Nurin putriana dengan judul *"Analisis Penalaran Ditinjau dari Gaya Belajar Siswa Kelas X-A di MA Darul Huda Wonodadi Blitar Tahun 2013/2014 Materi Jarak dalam Ruang Dimensi Tiga".*

Dalam penelitian ini diperoleh kesimpulan: (1) siswa kelas X-A di MA Darul Huda dengan gaya belajar audio memiliki kemampuan yang amat baik, yaitu dengan nilai rata-rata tes formatif didapat 90 dan penilaian penalaran yang digunakan termasuk dalam jenis penalaran induktif tapi sudah sedikit mengarah pada penelitian deuktif yang sederhana. Penalaran yang dilakukan sudah mengarah dengan tepat dan ditemukan ada pesrta yang memenuhi empat indikator penalaran yang ada, (2) siswa kelas X-A di MA Darul Huda dengan gaya belajar visual memiliki kemampuan baik, yaitu dengan nilai rata-rata tes formatif yang didapatkan 87 dan penalaran yang digunakan termasuk jenis penalaran induktif,

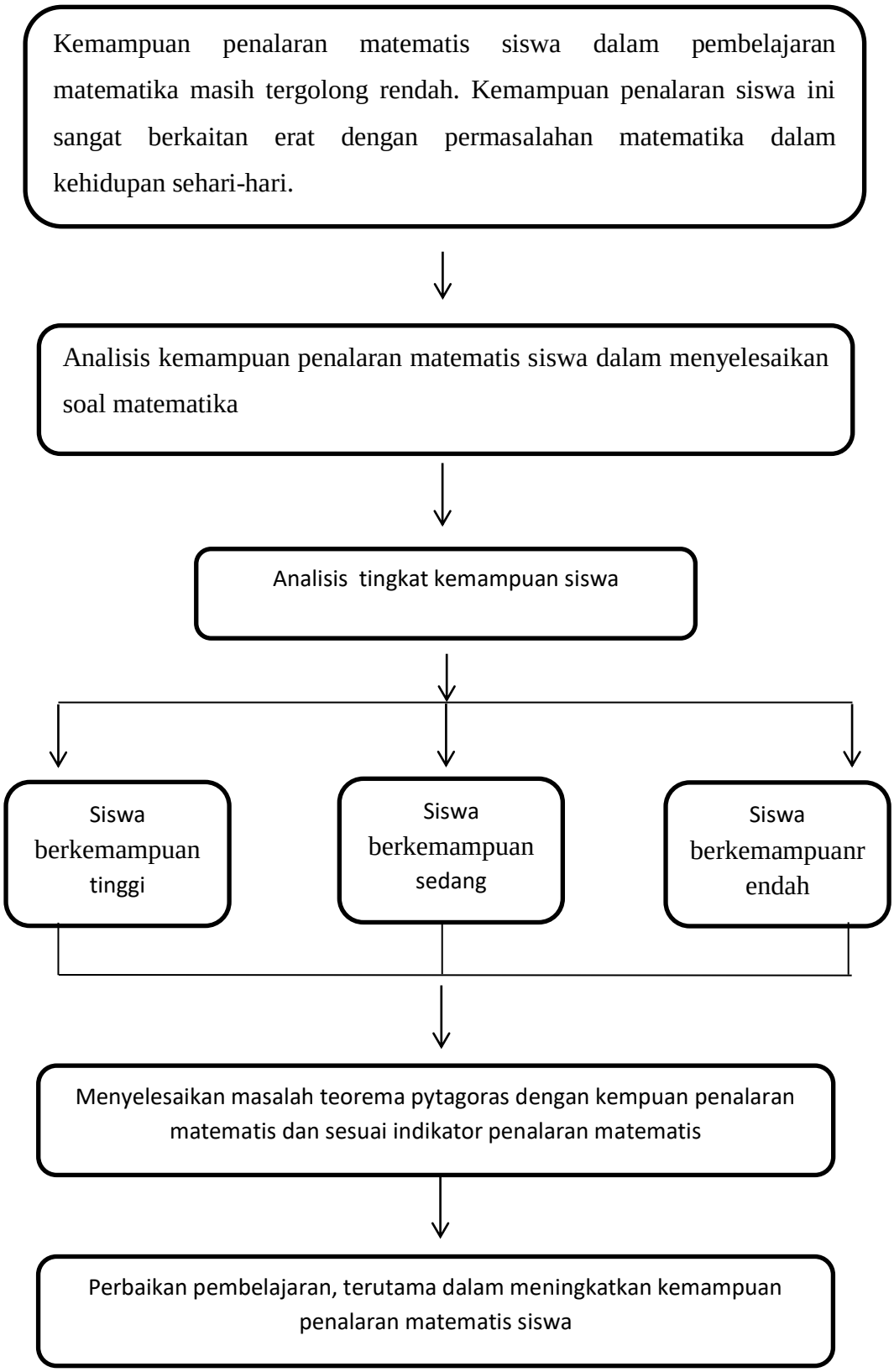
tapi sudah mengarah penalaran deduktif sederhana. Penalaran yang dilakukan sudah mengarah dengan tepat dan ditemukan ada peserta yang memenuhi empat indikator penalaran yang ada, (3) Siswa kelas X-A di MA Darul Huda dengan gaya belajar kinestetik memiliki kemampuan yang cukup baik, yaitu dengan nilai rata-rata tes formatif yang didapat 82 dan penalaran yang digunakan termasuk jenis penalaran induktif, tapi belum ada yang mengarah pada penalaran deduktif. Penalaran yang dilakukan sudah mengarah dengan tepat dari empat indikator tiga indikator sudah terpenuhi.

Tabel 2.3 perbedaan dan persamaan penelitian terdahulu san penelitian sekarang

	Penelitian Terdahulu	**Penelitian Sekarang**
Perbedaan	Subjek Siswa Kelas X-A di MA Darul Huda Wonodadi Blitar	Subjek siswa kelas VIII di MTs Al Huda Kedungwaru
	Memecahkan masalah matematika pada Jarak dalam Ruang Dimensi Tiga	Menyelesaikan soal teorema pytagoras
Persamaan	Proses penalaran matematis siswa	Menganalisis penalaran matematis siswa

F. Paradigma Penelitian

Dalam pembelajaran diperlukan adanya proses berfikir pada siswa. Setiap siswa memiliki kemampuan yang berbeda-beda sesuai dengan tingkat pengetahuan yang dimiliki termasuk kemampuan dalam bernalar. Peneliti ingin mendiskripsikan kemampuan penalaran matematis siswa yang berkemampuan tinggi, berkemampuan sedang dan berkemampuan rendah.


Kemampuan penalaran matematis siswa dalam pembelajaran matematika masih tergolong rendah. Kemampuan penalaran siswa ini sangat berkaitan erat dengan permasalahan matematika dalam kehidupan sehari-hari.
Analisis kemampuan penalaran matematis siswa dalam menyelesaikan soal matematika
Analisis tingkat kemampuan siswa
Siswa berkemampuan tinggi
Siswa berkemampuan sedang
Siswa berkemampuanr endah
Menyelesaikan masalah teorema pytagoras dengan kempuan penalaran matematis dan sesuai indikator penalaran matematis
Perbaikan pembelajaran, terutama dalam meningkatkan kemampuan penalaran matematis siswa

Kemampuan penalaran matematis siswa dalam pembelajaran matematika masih tergolong rendah. Kemampuan penalaran matematis siswa berkaitan erat dengan permasalahan matematika dalam kehidupan sehari-hari. Permasalahan matematika di dalam kehidupan sehari-hari salah satunya terdapat pada materi teorema pythagoras.

Dalam satu kelas, tentunya tingkat kemampuan siswa bersifat berbeda-beda. Sehingga perlu dilkukan analisis tingkat kemampuan siswa yaitu siswa yang berkemampuan tinggi, siswa yang berkemampuan sedang, dan siswa yang berkemampuan rendah. Kemudian peeliti akan menganalisis kemampuan penalaran matematis siswa dalam menyelesaikan soal matematika dan mendapatkan hasil berupa deskripsi kemampuan penalaran matematis siswa dalam menyelesaikan soal pada materi teorema pythagoras.

Peneliti berharap dari penelitian ini memberikan gambaran kemampuan penalaran matematis siswa dalam menyelesaikan soal matematika perlu dikembangkan. Guru juga dapat mengupayakan perbaikan dalam pembelajaran sehingga tujuan pembelajaran matematika bisa tercapai sebenuhnya